



Eine mathematische Ueberprüfung

A mathematical review

der Drittelsregeln beim Höhlentauchen

of the Rule of Thirds in Cave Diving

und
and

Diskussion von Verbesserungsmaßnahmen

discussion of measures for improvement

von

Beat A. Mueller

dipl. Masch. Ing. ETH
Cave Diving Staff Instructor CMAS
Head Cave Diving Working Group der CMAS
Leiter Ressort Cave Diving von CMAS.CH

V3.0

Verteiler:

W. Tichy, President CMAS Technical Committee
Mitglieder Cave Diving Working Group der CMAS
Spezialkommission Technical Diving CMAS.CH
Instruktorenteam Swiss Cave Diving

Website www.swiss-cave-diving.ch und www.swiss-cave-diving.org

Vorwort

Mancher wird sich fragen, wie man auf die Idee kommen kann, eine eiserne Regel wie die Drittelsregel überhaupt zu hinterfragen. Etwas zu hinterfragen, was doch seit höhlentaucherischen Urzeiten gelehrt wird.

Nun, Auslöser dazu war ein sehr persönlicher Angriff eines engagierten NACD Höhlentauchinstruktors, der dem Autor in dessen Eigenschaft als Leiter des Ressorts Cave Diving im Schweizer Verband CMAS.CH im heiligen Zorn vorwarf, "er und seine Instruktoren würden nur die im folgenden als "ursprüngliche" bezeichnete Drittelsregel schulen und so billigend in Kauf nehmen, dass Schüler [wegen Luftmangel] ertrinken könnten".

Trotz des emotional stark geprägten Angriffs, dem es dafür an "technischer" Genauigkeit mangelte, wollte sich der Autor aus ethischen aber auch aus juristischen Gründen nicht dem Vorwurf aussetzen, CMAS Höhlentauchinstruktoren würden ihre Schüler in unzulässiger Weise oder gar leichtsinnig Gefahren aussetzen.

Nach Abschluss dieser Studie kann der Autor nunmehr zusammenfassend feststellen, **dass die "ursprüngliche" Drittelsregel mathematisch nachweisbare Schwachstellen hat und in bestimmten Konstellationen tatsächlich nicht genügen kann.**

Die Bedingungen (Konstellationen von Gasvorräten und Atemminutenvolumina) unter denen so etwas eintreten kann, konnten mathematisch beschrieben und damit "fassbar" gemacht werden. Die "ursprüngliche" Drittelsregel ist deshalb, zumindest bei Zweiergruppen und/oder bei zu TG-Beginn unterschiedlichen Gasvorräten, als Minimalregel anzusehen.

Die vorliegenden Ergebnisse sind für alle Höhlentauchinstruktoren sicher ein guter Grund, die "modifizierte" Drittelsregel ebenfalls nachhaltig zu propagieren. Dies in voller Kenntnis, und dazu liegen nunmehr mathematische Beweise vor, dass auch diese Regel in bestimmten Konstellationen und Szenarien "nur" gleich gut ist wie die "ursprüngliche", resp. *keine* Reserve bietet.



Sie hat aber den unbestreitbaren Vorteil, dass sie theoretisch (d.h. rein rechnerisch) nie versagt und in vielen anderen Konstellationen mehr, teilweise sogar erheblich mehr Reserve bietet, als die "ursprüngliche" Drittelsregel.

Abschliessend möchte der Autor noch mit aller Deutlichkeit festhalten, dass unsere Schüler auch nach der "alten" Drittelsregel NIE in Gefahr waren "zu ertrinken". Jedenfalls nicht mehr oder nicht weniger als jeder andere Schüler, der sich einem gut ausgebildeten, gut ausgerüsteten, seriösen Tauchlehrer mit *einigen Tausend* Tauchstunden anvertraut.

Erstens halten wir in der Ausbildung strikte ein Lehrer : Schüler Verhältnis von 1:2 ein (bilden also mindestens immer eine 3er-Gruppe) , Zweitens tauchen wir in der Ausbildung praktisch nie als Zweiergruppe und Drittens führen unsere Instruktoren immer sehr viel mehr Gas mit sich, als für den jeweiligen Ausbildungstauchgang erforderlich ist. Auch gehörten separate zusätzliche Flaschen für allfällige Dekostufen bei uns schon vor 5-8 Jahren zum Standard, wir haben dazu nicht erst auf die Amerikaner warten müssen.

Trotzdem sei dem o.e. NACD Instruktor an dieser Stelle für sein Engagement gedankt.

Inhaltsverzeichnis

	Seite
Summary	5
Teil 1: Die "ursprüngliche" Drittelsregel	6
1. Ziel und Zweck	6
2. Geschichtlicher Hintergrund der Drittelsregel	6
3. Inhalt der "ursprünglichen" Drittelsregel und ihre zugrunde liegenden Annahmen	6
4. Schwachstellen von den Annahmen her	7
5. Bewertungsmaßstab	7
6. Rechnerische Ueberprüfung	8
6.1 Verwendete Notationen	8
6.2 weitere Prämissen (Randbedingungen, Voraussetzungen)	8
6.3 reales und idealisiertes Tauchgangprofil	9
6.4 zeitlich gemittelte Tiefe T_m	9
6.5 spezifischer Luftverbrauch (Atemminutenvolumen)	9
6.6 Verhältniszahlen	9
6.7 Geräteinhalt (Gasvorrat)	10
6.8 Reichweite eines Gerätes	10
6.9 Bedingung für den erfolgreichen Rückweg	11
6.10 Die Drittels- oder Umkehrzeiten	11
6.11 Restvolumen zum Zeitpunkt des Zwischenfalls	11
6.12 Berechnung der zur Verfüg. stehenden Rückwegszeit	11
6.13 Fallszenario 1	12
6.14 Fallszenario 2	15
6.15 Fallszenario 3	17
6.16 Fallszenario 4	19
6.17 Diskussion der Ergebnisse	20
6.18 Spezialfälle	21
7. Konsequenzen für die Anwendung der "ursprünglichen" Drittelsregel	22
Teil 2: Die "modifizierte" Drittelsregel	23
1. Grundlagen	23
1.1 Beschreibung des Verfahrens	23
1.2 Mathematisch-physikalische Ueberlegungen	23
1.3 Ein Zahlenbeispiel	24
2. Mathematische Ueberprüfung	24
2.1 Fallszenario 1	25
2.2 Fallszenario 2	26
2.3 Fallszenario 3	26
2.4 Fallszenario 4	26
3. Ein Vergleich der zwei Drittelsregeln	27

Teil 3: Weitere Sicherheits-Massnahmen **28**

- 1. Erhöhung der Sicherheit durch Zusatzregeln** **28**
- 2. Neue Strategie: Aufteilung des Gasvorrates auf mehr Flaschen** **29**
- 3. Tauchgruppen mit 3 Teilnehmern** **31**
- 4. Konsequenzen für das Gasvorrat-Management** **31**

Anhänge **32**

- A1 : Zusammenfassung der wichtigsten algebraischen Resultate zur "ursprünglichen" Drittelsregel 33
- A2 : Zusammenfassung der wichtigsten algebraischen Resultate zur "modifizierten" Drittelsregel 34

- A3 : Korrekturfaktor von Luft für Volumenberechnungen 35
- A4 : Flascheninhalte 36

- A5a : Verlauf von λ_{Vol} und ε_{sLV} für Fallszenario 3 / ursprüngliche Drittelsregel 37
- A5b : Verlauf von λ_{Vol} und ε_{sLV} für Fallszenario 4 / ursprüngliche Drittelsregel 38

- A6 : Musterbeispiel 1 (Excel-Sheet) 39
- A7 : Musterbeispiel 2 (Excel-Sheet) 40
- A8 : Musterbeispiel 3 (Excel-Sheet) 41
- A9 : Musterbeispiel 4 (Excel-Sheet) 42
- A10 : Musterbeispiel 5 (Excel-Sheet) 43
- A11 : Musterbeispiel 6 (Excel-Sheet) 44
- A12 : Musterbeispiel 7 (Excel-Sheet) 45
- A13 : Grenzzeiten zu den Musterbeispielen 46

Summary

Teil 1:

Die sog. "ursprüngliche" Drittelsregel wird mit ihren zugrunde liegenden Annahmen und Schwachstellen beschrieben.

Anhand von 4 Fallszenarien *) wird anschliessend mathematisch gezeigt, dass

- **die "ursprüngliche" Drittelsregel in gewissen Szenarien nicht mehr eine sichere Rückkehr garantieren kann**
- es für jede Kombination aus Gerätevolumina, Tiefe, Szenarium eine im Voraus berechenbare "Grenzzeit" gibt", nach deren Ueberschreiten die ursprüngliche Drittelsregel nicht mehr sicher ist
- bei identischen Verbräuchen (Atemminutenvolumina) die ursprüngliche Drittelsregel immer genügen muss, unabhängig von der Gerätegrösse, wer zuerst auf den Drittel kommt und welches Gerät ausfällt.
- Fall 1 und Fall 4 hinsichtlich Grenzzeit zu formelmässig identischen Ergebnissen führen und auch Fall 2 formelmässig identisch ist mit Fall 3.

Teil 2:

In diesem Abschnitt wird gezeigt

- was unter der "modifizierten" Drittelsregel verstanden wird
- welche Sicherheiten diese Regel gibt

Es wird der mathematische Beweis erbracht, dass die "modifizierte" Drittelregel unter den eingangs aufgestellten Prämissen immer genügt, dass also die zur Verfügung stehende Zeit für den Rückweg immer gleich gross oder grösser ist als die Zeit, bis der erste Taucher seinen Drittel veratmet hat. .

Die Ergebnisse sind zusätzlich ein guter Grund für das Propagieren von standardisierten Flaschengrössen und Fülldrücken innerhalb einer Gruppe, der Vermeidung von blossen Zweiergruppen und dem Deponieren von zusätzlichen Reserven.

Abschliessend wird ein Vergleich zwischen den beiden Regeln gezogen.

Die algebraischen Zusammenhänge (Uebersicht der Formeln unter Anhang 1 u. 2) werden anhand von Excel Sheets numerisch punktuell illustriert. (s. Anhänge 6 - 13).

Teil 3:

Es werden eine Reihe von bekannten und angewendeten Massnahmen aufgezeigt und diskutiert, die einfach, ohne Hilfsmittel und am Tauchort von jedem Taucher angewendet werden können und welche die Sicherheit bei Ausfall eines Gerätes erhöhen.

Es wird anhand statischer Ueberlegungen aufgezeigt, dass die Eintretenswahrscheinlichkeit des zugrunde liegenden Worst Case Szenarios drastisch reduziert werden kann durch

- **die Aufteilung des Gasvorrats auf mehr als bloss 2 Flaschen**
- **deponieren von Zusatzreserven, resp. separaten Deko-Geräten**
- **durch Bildung von Dreiergruppen**

*) Die 4 Fallszenarien sind:

Fall 1: Taucher 1 verbraucht als erster seinen Drittel, Gerät 2 fällt völlig aus

Fall 2: Taucher 2 verbraucht als erster seinen Drittel, Gerät 1 fällt völlig aus

Fall 3: Taucher 1 verbraucht als erster seinen Drittel, Gerät 1 fällt völlig aus

Fall 4: Taucher 2 verbraucht als erster seinen Drittel, Gerät 2 fällt völlig aus

Teil 1: Die "ursprüngliche" Drittelsregel

1. Ziel und Zweck

Die im Höhlentauchen bekannte Drittelsregel, hier "ursprüngliche" Drittelsregel genannt, und ihre Modifikation soll mathematisch dargelegt werden. Im Besonderen sollen ihre Schwachstellen aufgezeigt, analysiert und mathematisch beschrieben werden.

Es ist hingegen NICHT das Ziel, dass künftig jeder Höhlentaucher mit PC bewehrt vor dem Höhleneingang steht und zuerst einmal komplizierte Berechnungen anstellt.

2. Geschichtlicher Hintergrund der Drittelsregel

Das Höhlentauchen ein gegenüber dem tauchen im See oder im Meer mehr Risiken in sich birgt, ist allgemein bekannt und akzeptiert.

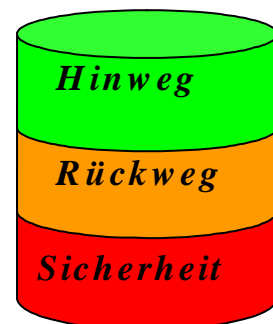
Basierend auf (zu) vielen Unfällen im Bereich Höhlentauchen in den Anfängen und drohende gesetzliche Einschränkungen vor Augen haben die Ausbildungsorganisation, damals hauptsächlich der NACD und der NSS/CDS in den USA in den 70er und 80er Jahren eine Reihe von Sicherheitsregeln aufgestellt. Diese Regeln sollten dazu dienen, die Unfallhäufigkeit auf ein unvermeidbares Mindestmass herunterzubringen.

Eine der wesentlichsten Regeln ist die **3 L - Regel** (Luft - Leine - Licht). Im speziellen betreffend Luft wurde zusätzlich von Tauchinstruktoren dieser oben genannten Verbände die sog. Drittelsregel formuliert (wir nennen sie hier die "ursprüngliche" Drittelsregel).

3. Inhalt der "ursprünglichen" Drittelsregel und ihre zugrunde liegenden Annahmen

Die im Höhlentauchen angewendete "ursprüngliche" Drittelsregel besagt, dass immer der erste Taucher, der einen Drittel seines persönlichen Gasvorrats verbraucht hat, das Zeichen zur Umkehr gibt. Die gesamte Gruppe kehrt dann geschlossen um, also auch diejenigen Taucher, welche ihren Drittel NICHT erreicht haben.

Der Drittelsregel liegt folgendes Worst Case Szenario, also der schlimmste anzunehmende Unfall, der höhlentaucherische Supergau sozusagen, zugrunde:



Die Drittelsregel

Gerade beim Erreichen des Drittels, also am weitest entfernten Punkt vom Eingang, verliert einer der Taucher seinen gesamten Luftvorrat.

Der Luftvorrat des nicht betroffenen Partners (plus das, was dem betroffenen Taucher ggf. noch bleibt), muss dann genügen, damit beide Taucher mittels Oktopus-Atmung und Langschlauch (!) bis zum Eingang zurückschwimmen können.

Theoretisch hat der luftgebende Taucher zum Zeitpunkt des Zwischenfalls gerade einen Drittel verbraucht, hat also noch zwei Drittel seines ursprünglichen Luftvorrats. Ein Drittel davon wird er nun wieder für das Zurückschwimmen brauchen, der andere Drittel wird von seinem in Luftnot geratenen Kollegen veratmet.

Dabei wurde von den Vätern dieser Regel immer vorausgesetzt:

- dass nur 2 Taucher miteinander tauchen (es sind keine weiteren Partner zur Stelle, die mit ihren Luftreserven ebenfalls mithelfen könnten)
- dass beide in etwa dieselbe Gerätegrösse haben

- dass beide in etwa denselben Luftverbrauch (Atemminutenvolumen) haben. Zumindest vom Höhlenprofil her gegeben, dürfte das Tiefenprofil über die Zeit für beide Taucher etwa dieselbe sein.
- es wurde von Anfang an gelehrt, dass die Regel nicht angewendet werden darf, bei Höhlen mit Einwärtsströmung, oder beim Einsatz von Scootern, was leicht zu begreifen ist
- dass beide Taucher vor UND nach dem Zwischenfall in etwa denselben spezifischen Verbrauch beibehalten können, also durch den Zwischenfall und die Aufregung ihre Atemfrequenz auf dem vorherigen Niveau kontrollieren.

Diese Voraussetzungen zur Regel wurden von ihren Erschaffern auch völlig korrekt kommuniziert und sind in den einschlägigen Ausbildungsmanuals nachzulesen, werden aber zu oft von den Anwendern vergessen!

4. Schwachstellen von den Annahmen her

Es ist nun sehr leicht, die obigen Annahmen zu hinterfragen und sogleich eine ganze Reihe von Schwachstellen zu finden bei der logischerweise die Drittelregel keinen ausreichenden Sicherheitsspielraum bieten kann:

- die Taucher haben unterschiedliche Gasvorräte
- sie haben stark unterschiedliche Luftverbräuchen (falls überhaupt bekannt)
- sie haben stark unterschiedliche physische Konditionen
- sie tauchen unterschiedliche Tiefenprofile (bei sehr grossen Höhlen kann die Aufenthaltstiefe der beiden Taucher über die Zeit durchaus signifikant voneinander abweichen)
- sie benutzen nicht dieselben Gemische
- der Zwischenfall bringt Stress und sprunghaft erhöhten Gasverbrauch usw.

5. Bewertungsmaassstab

Wir wollen 3 Bewertungsgrade definieren:

A; genügend mit Reserve:

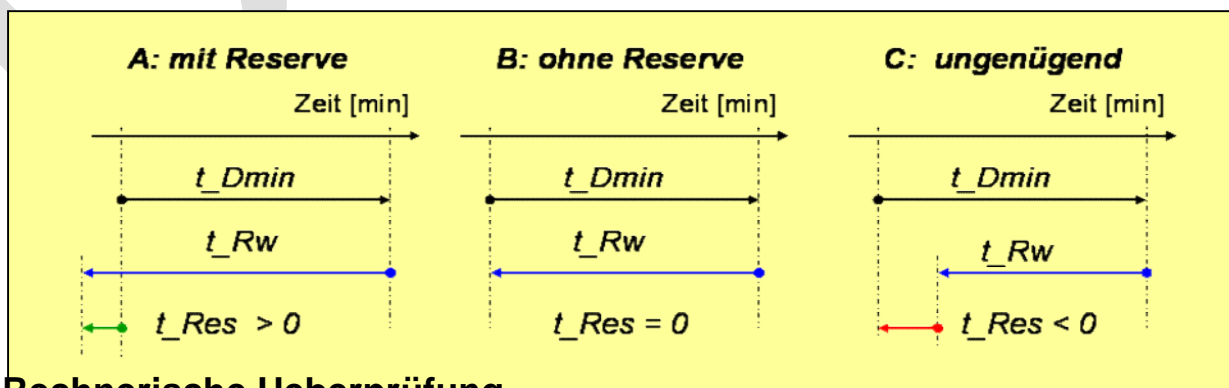
Die Zeit, die uns aufgrund des restlichen Gasvorrates zum Zurückschwimmen rechnerisch zur Verfügung steht ist grösser als die kleinste "Drittelszeit", also die Zeit bis zur Umkehr. Es besteht also eine kleine Zeitreserve.

B; genügend, ohne Reserve:

Die zum Zurückschwimmen Verfügung stehende Zeit ist rechnerisch gerade gleich gross wie die "Drittelszeit". Wir haben keine Zeitreserve.

C; ungenügend:

Die zur Rückkehr zur Verfügung stehende Zeit ist kleiner als die "Drittelszeit". Es reicht in keinem Fall.



6. Rechnerische Ueberprüfung

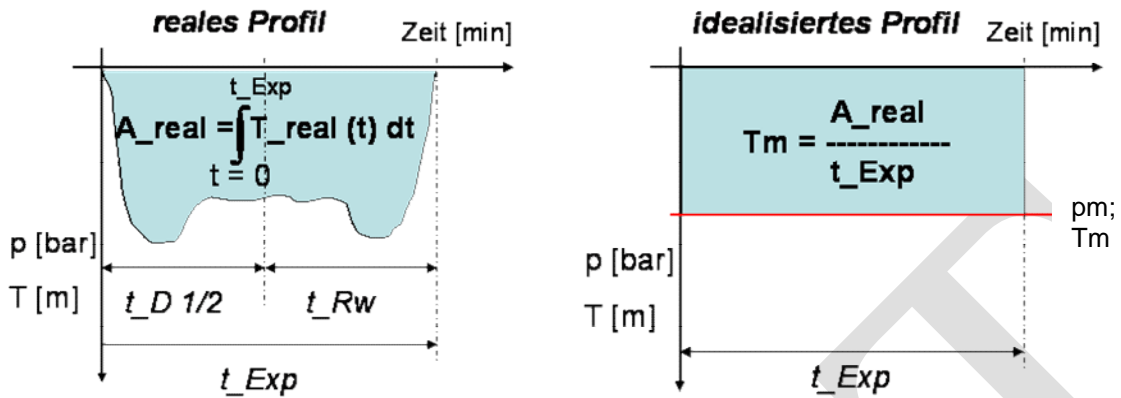
6.1 Verwendete Notationen

Index; bezeichnet Taucher 1 oder Taucher 2:	j	[--]; $j = 1$ oder 2
Anzahl Flaschen:	n_{Fl}	[--]
Initialdruck:	p_{init}	[bar]
ausgelitertes Flaschenvolumen:	Vol_{Fl}	[Liter]
Korrekturfaktor f. Volumenberechnungen:	f_{corrV}	[---] = $1 / Z$ (Realgasfaktor)
Initial-Gasvolumen Taucher j :	Vol_{initj}	[bar*Liter]
nicht mehr abatembarer Druckanteil:	Δp_{na}	[bar]
spezif. Luftverbrauch Oberfl. Taucher j :	sLV_{surfj}	[L/min/1 bar]
Durchschnittliche/zeitl. gemittelte Tiefe:	Tm	[m]
Expositionszeit allgemein	$t_{Exp.}$	[min]
"Drittelszeit" des Tauchers j :	t_{Dj}	[min]
Minimum der "Drittelszeiten" (=Umkehrzeit):	$t_{D_{min}} (= MIN[t_{D1}, t_{D2}])$	[min]
Zur Verfügung stehende Zeit für den Rückweg:	t_{Rw}	[min]
Restvolumen Taucher j zur Umkehrzeit:	$Vol_{Restj}(t_{D_{min}})$	[bar*Liter]
nicht abatembarer Teil des Gasvorrats:	Vol_{naj}	[bar*Liter]
Grenzzeit:	t_{Grenz}	[min]; Index #1 bei Ausfall Gerät 1, Index #2 bei Ausfall Gerät 2
Verhältnis Totaldruck Tiefe: Oberfläche:	τ_{pT}	[--] z.B. bei 30m Tiefe und Meereshöhe ist $\tau_{pT} = 4$
Verhältnis der beiden Initial-Gerätevolumina:	λ_{Vol}	[--]
Verhältnis der beiden spezif. Luftverbräuche:	ε_{sLV}	[--]

6.2 weitere Prämissen (Randbedingungen, Voraussetzungen)

- das Atemminutenvolumen (spezifischer Verbrauch) sei eine lineare Funktion des Absolutdruckes auf der Tiefe. Die leicht erhöhte Atemarbeit wegen zunehmender Dichte des Gases wird vernachlässigt.
- der Gasvorrat in beiden Flaschen wird vom Taucher möglichst gleichmässig abgeatmet
- der Einfachheit halber bestehe die Gruppe nur aus 2 Tauchern
- das TG Profil sei rechteckig, d.h. der Abstieg auf die Zieltiefe sei zeitlos (ergibt zwingend eine etwas grössere Sicherheit)
- der erste Taucher, der seinen Drittel abgeatmet hat, gibt das Signal zur Umkehr und alle Begleiter kehren mit ihm um
- der spezifische Verbrauch vor und nach der Umkehr sei gleich gross
- die Einhaltung von allfälligen Dekostops wird nicht berücksichtigt (es wird z.B. angenommen, dass entweder in der Nullzeit getaucht wird, oder ABER GENÜGEND Deko-Gas deponiert worden ist)
- für den Rückweg wird dasselbe Profil benutzt wie beim Hineinschwimmen (also keine Abkürzungen genommen, nicht der Decke entlang geschwommen etc.)

6.3 reales und idealisiertes Tauchgangprofil



6.4 zeitlich gemittelte Tiefe Tm

Wir gehen von einer mittleren durchschnittlichen Tiefe aus, die folgender Bedingung genügt (zeitlicher Mittelwert des Integrals):

$$T_m = \frac{1}{t_{Exp}} \int_{t=0}^{t=t_{Exp.}} T_{\text{aktuell}}(t) dt \quad [1]$$

6.5 spezifischer Luftverbrauch (Atemminutenvolumen)

Ausgehend von obigen Annahmen lässt sich der spezifische Verbrauch auf der Tiefe Tm wie folgt berechnen:

$$sLV(p_{amb}(T_m)) = sLV_{surf} * \tau_{pT}(p_{amb}(T_m)) \quad [2]$$

Da der totale Umgebungsdruck und die Tiefe dem zeitlichen Mittelwert entsprechen, so entspricht $\tau_{pT}(p_{amb}(T_m))$ und somit auch $sLV(p_{amb}(T_m))$ dem zeitlichen Mittelwert.

$$sLV(T_m) = \frac{1}{t_{Exp}} * \int_{t=0}^{t=t_{Exp.}} sLV_{\text{aktuell}}(T, t) dt \quad [3]$$

6.6 Verhältniszahlen

Manchmal lassen sich Beziehungen von Variablen untereinander durch Einführung von Verhältniszahlen vereinfachen:

Verhältnis der beiden Initial-Gerätevolumina:

$$\lambda_{Vol} = \frac{Vol_{init1}}{Vol_{init2}} \quad \text{oder} \quad Vol_{init1} = \lambda * Vol_{init2} \quad [4a]$$

Verhältnis der beiden Initial-Gerätevolumina:

$$\varepsilon_{sLV} = \frac{sLV_{surf1}}{sLV_{surf2}} \text{ oder } sLV_{surf1} = \varepsilon * sLV_{surf2} \quad [4b]$$

Verhältnis der beiden Totaldrücke (auf Tiefe : Oberfläche):

$$\tau_{pT} = \frac{p_{amb.(Tm)}}{p_{amb.surf}} \text{ oder } p_{amb.(Tm)} = \tau_{pT} * p_{amb.surf} \quad [4c]$$

Verhältnis des ausnutzbaren Gasvolumens zum Gesamtgasvolumen

$$\gamma_{Vol_{na}} = \frac{(Vol_{init} - Vol_{na})}{Vol_{init}} ; \gamma_{Vol_{na}} \text{ ist demnach immer } \leq 1 \quad [4d]$$

oder aufgelöst nach **Vol_{na}** (nicht abatembares Volumen):

$$Vol_{na} = Vol_{init} * (1 - \gamma_{Vol_{na}}) \quad [4d^1]$$

6.7 Geräteinhalt (Gasvorrat)

Es gilt folgender Zusammenhang:

$$Vol_{init} = n_{FI} * p_{init} * V_{FI} * f_{corrV} (\text{Gas, p, Temp.}) \quad [5]$$

Für Gasdrücke bis 200 bar kann bei Luft der Korrekturfaktor $f_{corrV} = 1.0$ gesetzt werden. In der Realität beträgt dieser bei 200bar ca. 0.97, bei 250bar ca. 0.94 und bei 300bar ca. 0.90 (s. Anhang 3 u. 4).

6.8 Reichweite eines Gerätes

Allgemein gilt bei gegebenem Gasvolumen eines Gerätes und einem bekannten, konstanten (über die Zeit gemittelten) Verbrauch folgende Beziehung für die "Reichweite", also die Zeit, aus der wir aus der Flasche atmen können, bis wir den nicht mehr weiter abatembaren Druck Δp erreicht haben:

$$\text{mit } Vol_{na1} = n_{FI1} * Vol_{FI1} * \Delta p_{na} \text{ für Taucher 1} \quad [6a]$$

$$\text{und } Vol_{na2} = n_{FI2} * Vol_{FI2} * \Delta p_{na} \text{ für Taucher 2} \quad [6b]$$

$$t_{Gasvorrat1} = \frac{(Vol_{FI1} - Vol_{na1})}{sLV1 (Tm)} \text{ für Taucher 1} \quad [6a^1]$$

$$t_{Gasvorrat2} = \frac{(Vol_{FI2} - Vol_{na2})}{sLV2 (Tm)} \text{ für Taucher 2} \quad [6b^1]$$

Dieser nicht mehr ausnützbare Teil ergibt sich aus der Tatsache, dass wir eine Flasche maximal bis zum Umgebungsdruck plus einer zusätzlichen Druckdifferenz, die sich aus mechanischen Widerständen im Lungenautomaten und Strömungsverlusten ergibt, abatmen könnten. Realistischerweise müssten wir ca. 5 - 10 bar dafür einsetzen.

Welche Bedeutung dieser unscheinbare Rest haben kann, wird unten aufgezeigt!

6.9 Bedingung für den erfolgreichen Rückweg

Damit die Drittelsregel genügt, muss mathematisch bewiesen werden können, dass die Zeit, die den 2 Tauchern nach dem Zwischenfall aufgrund ihres Gasvorrates noch zur Verfügung steht, *mindest gleich gross* ist (besser grösser!) wie die Zeit, die beim Hineinschwimmen bis zum Umkehrpunkt vergangen ist. Es muss also gelten:

$$\begin{aligned} t_{Rw} &\geq t_{D_min} && \text{oder} && [7] \\ t_{D_min} &\leq t_{Rw} && && [7^1] \end{aligned}$$

6.10 Die Drittels- oder Umkehrzeiten

Die Umkehrzeit für einen Taucher für eine bestimmte, konstante Tiefe T_m lässt sich nach der Drittelsregel wie folgt beschreiben:

$$t_{D1} = \frac{1/3 * Vol1_init}{\tau_{pT} * sLV_surf1} \quad [8a]$$

Dasselbe für Taucher 2:

$$t_{D2} = \frac{1/3 * Vol2_init}{\tau_{pT} * sLV_surf2} \quad [8b]$$

Die tatsächliche Umkehrzeit ist dann die kürzere (kleinere) der beiden:

$$t_{D_min} = \text{Minimum} [t_{D1}; t_{D2}] \quad [9]$$

6.11 Restvolumen zum Zeitpunkt des Zwischenfalls

Dieser besteht aus dem Initialvolumen abzüglich des bis zu diesem Zeitpunkt veratmeten Gases:

Taucher 1:

$$Vol_Rest1(t_{D_min}) = Vol_init1 - \tau_{pT} * sLV_surf1 * t_{D_min} \quad [10a]$$

Taucher 2:

$$Vol_Rest2(t_{D_min}) = Vol_init2 - \tau_{pT} * sLV_surf2 * t_{D_min} \quad [10b]$$

6.12 Berechnung der zur Verfüg. stehenden Rückwegszeit

Wir nehmen nun den Worst Case an, dass nämlich gerade beim Erreichen des Drittels eines Tauchers ein Zwischenfall auftritt. Der besteht darin, dass der gesamte Gasvorrat des einen Tauchers aus was für Gründen auch immer ab sofort nicht mehr zur Verfügung steht. Dies bedeutet auch, dass nun beide Taucher mit dem Rest des einen Tauchers wieder zurück zum Eingang schwimmen müssen.

6.13 Fallszenario 1

Es sei Taucher 1, der seinen Drittel als erster erreicht hat, und es sei Taucher 2 dessen Gerät total ausfalle, so dass mit Gerät 1, das gemäss Voraussetzung noch zu 2/3 gefüllt ist, zurückgetaucht werden muss.

Da Taucher 1 derjenige ist, welcher als erster seinen Drittel verbraucht hat, gilt für die Drittels- oder Umkehrzeit:

$$t_{D_min} = \text{MIN}[t_{D1}, t_{D2}] = t_{D1} \quad [11a]$$

Das Restvolumen des Tauchers 1 zu diesem Zeitpunkt ist:

$$\text{Vol_Rest1}(t_{D_min}) = \text{Vol_init1} - \tau_{pT} * sLV_surf1 * t_{D_min} \quad [12a]$$

Andererseits gilt für die Rückwegszeit:

$$t_{Rw} = \frac{(\text{Vol_Rest1} - \text{Vol_na1})}{\tau_{pT} * (sLV_surf1 + sLV_surf2)} \quad [13a]$$

Durch Verknüpfung von Gl. 12a und 13a kann man schreiben:

$$t_{Rw} = \frac{(\text{Vol_init1} - \text{Vol_na1} - \tau_{pT} * sLV_surf1 * t_{D_min})}{\tau_{pT} * (sLV_surf1 + sLV_surf2)} \quad [14a]$$

6.13.1 Berechnung der Grenzzeit

Aus Gl. 7 wissen wir, dass für eine erfolgreiche Rückkehr gelten muss:

$$t_{Rw} \geq t_{D_min}$$

Wir wollen nun die Bedingungen untersuchen, die gelten müssen, dass es gerade noch reicht, und bezeichnen die so gefundene Zeit neu als "Grenzzeit", $t_{Grenz_#2}$ (der Index #2 steht hier für die Tatsache, dass eben Gerät Nr. 2 ausgefallen ist) :

$$t_{Rw} = t_{D_min} = t_{D1} = t_{Grenz_#2} \quad [15a]$$

Wir ersetzen t_{Rw} und t_{D_min} in Gl. 14a durch $t_{Grenz_#2}$ und erhalten:

$$t_{Grenz_#2} = \frac{(\text{Vol_init1} - \text{Vol_na1} - \tau_{pT} * sLV_surf1 * t_{Grenz_#2})}{\tau_{pT} * (sLV_surf1 + sLV_surf2)} \quad [16a]$$

Durch umformen und wegekürzen erhält man schliesslich:

$$t_{Grenz_#2} = \frac{(\text{Vol_init1} - \text{Vol_na1})}{\tau_{pT} * (2 * sLV_surf1 + sLV_surf2)} \quad [17a]$$

Wir ersehen daraus, dass für das zugrunde liegende Szenario die Grenzzeit abhängig ist vom Initialvolumen des Gerätes 1 (das zur gemeinsamen Rückkehr benötigt wird) , abzüg-

lich dem nicht abatembaren Teil und den Atemminutenvolumina der beiden Taucher auf der zeitlich gemittelten Tiefe.

Wenn also die Eindringzeit (Umkehrzeit, Drittelszeit), für die ja Taucher 1 bestimmend war, kleiner oder max. gleich gross ist, wie die soeben berechnete Grenzzeit, dann wird es theoretisch den beiden Tauchern gerade langen.

6.13.2 Berechnung der übrigen Abhängigkeiten

Wir benützen dazu die Gleichung für die Umkehrzeit (Drittelszeit) des Tauchers 1:

$$t_{D1} = \frac{1/3 * Vol_{init1}}{\tau_{pT} * sLV_{surf1}} \quad [8a]$$

Diese Zeit muss kleiner oder maximal gleich gross sein wie die Grenzzeit. Nach Gl. 7, resp. 7' und einsetzen von Gl. 17a muss also gelten:

$$\frac{1/3 * Vol_{init1}}{\tau_{pT} * sLV_{surf1}} \leq \frac{(Vol_{init1} - Vol_{na1})}{\tau_{pT} * (2 * sLV_{surf1} + sLV_{surf2})} \quad [18a]$$

Wir leiten aus Gl. 4d ab:

$$\gamma Vol_{na1} = \frac{(Vol_{init1} - Vol_{na1})}{Vol_{init1}} ; \gamma Vol_{na1} \text{ ist demnach immer } \leq 1 \quad [19a]$$

Damit können wir Gl. 18a wie folgt schreiben:

$$\frac{1/3 * Vol_{init1}}{\tau_{pT} * sLV_{surf1}} \leq \frac{Vol_{init1} * \gamma Vol_{na1}}{\tau_{pT} * (2 * sLV_{surf1} + sLV_{surf2})} \quad [18a^1]$$

Es kürzen sich weg: das Initialvolumen und (indirekt via τ_{pT}) die Tiefe. Dies bedeutet, dass die nachfolgende Gleichung *unabhängig von Tiefe und Initialvolumen gültig* ist. Damit erhalten wir:

$$\frac{1}{3 * sLV_{surf1}} \leq \frac{\gamma Vol_{na1}}{(2 * sLV_{surf1} + sLV_{surf2})} \quad [18a^2]$$

und schliesslich:

$$sLV_{surf1} * (3 * \gamma Vol_{na1} - 2) \geq sLV_{surf2} \quad [18a^3]$$

oder

$$\frac{sLV_{surf1}}{sLV_{surf2}} = \epsilon_{sLV} \geq \frac{1}{(3 * \gamma Vol_{na1} - 2)} \quad [18a^4]$$

In normalisierter Form:

$$\epsilon_{sLV} * (3 * \gamma Vol_{na1} - 2) \geq 1$$

oder $\Phi_{\#1} \geq 1$

[18a⁵]

Welchen Einfluss der auf den ersten Blick bedeutungslosen kleinen, nicht abatembaren Rest in der Flasche hat, soll das folgende Zahlenbeispiel aufzeigen:

- Fülldruck sei **200bar**
- Δp_{na} sei **5 bar, also bloss 2.5% des Initialdruckes** ($\gamma Vol_{na} = 0.975$)

Eingesetzt in Gl. 18a⁴ erhalten wir:

$$\epsilon_{sLV} \geq \frac{1}{(3 * 0.975 - 2)} = \frac{1}{0.925} = 1.08$$

oder in anderen Worten, **der Verbrauch des Tauchers 2 muss mindestens 8% kleiner sein als der von Taucher 1 !**

Für den Spezialfall $\gamma Vol_{na} = 1$, d.h. wäre es möglich, die Flasche vollständig abzuatmen, wird aus Gl. 18a⁴:

$$sLV_{surf1} \geq sLV_{surf2}$$

oder $\epsilon_{sLV} \geq 1$

[20a]

In Worten bedeutet dies, dass die gemeinsame Rückkehr nur dann klappt, wenn der hilfesuchende Taucher 2 eben einen geringeren (oder maximal gleich grossen) spezifischen Verbrauch hat als der Luftspender Taucher 1. Dies war auch exakt eine der Voraussetzungen, welche die Väter der Drittelsregel völlig korrekt aufgestellt hatten.

Sie hatten dabei nicht berücksichtigt, dass ein Gerät nie ganz abgeatmet werden kann und wohl auch den Einfluss dieses nicht zur Verfügung stehenden Rests unterschätzt.

Schon allein aus diesem Grund ist es dringend angebracht, beim Ablesen des Initialdruckes mindestens 5-10bar generell zu subtrahieren oder den Umkehrdruck um diesen Betrag höher zu setzen!



Solange aber die Bedingung aus Gl. 18a⁴ erfüllt ist, wird es immer langem, unabhängig von der Gerätegrösse und von der Tiefe (sonst wären diese Variablen noch in der Gleichung 18a⁴ oder 20a zu finden!). Diese zweite Erkenntnis ergibt sich zwar zwingend aus der Algebra, ist aber für den "gewöhnlichen" Taucher nicht unbedingt ersichtlich und nachvollziehbar.

Diese Aussage kann numerisch punktuell mittels der Excel-Sheets in den Anhängen 6-13 verifiziert werden.

6.14 Fallszenario 2

Es sei nun Taucher 2, der seinen Drittel als erster erreicht hat, und es sei Taucher 1 dessen Gerät total ausfalle, so dass mit Gerät 2, das gemäss Voraussetzung noch zu 2/3 gefüllt sein muss, zurückgetaucht werden muss.

Da Taucher 2 derjenige ist, welcher als erster seinen Drittel verbraucht hat, gilt für die Drittels- oder Umkehrzeit:

$$t_{D_min} = \text{MIN}[t_{D1}, t_{D2}] = t_{D2} \quad [11b]$$

Das Restvolumen des Tauchers 2 zu diesem Zeitpunkt ist:

$$\text{Vol_Rest2}(t_{D_min}) = \text{Vol_init2} - \tau_{pT} * sLV_surf2 * t_{D_min} \quad [12b]$$

Andererseits gilt für die Rückwegszeit:

$$t_{Rw} = \frac{(\text{Vol_Rest2} - \text{Vol_na2})}{\tau_{pT} * (sLV_surf1 + sLV_surf2)} \quad [13b]$$

Durch Verknüpfung von Gl. 12b und 13b kann man schreiben:

$$t_{Rw} = \frac{(\text{Vol_init2} - \text{Vol_na2} - \tau_{pT} * sLV_surf2 * t_{D_min})}{\tau_{pT} * (sLV_surf1 + sLV_surf2)} \quad [14b]$$

6.14.1 Berechnung der Grenzzeit

Wir wollen nun auch hier die Bedingungen untersuchen, die gelten müssen, dass es gerade noch reicht, und bezeichnen die so gefundene Zeit neu als "Grenzzeit", $t_{Grenz_#1}$ (der Index #1 steht hier für die Tatsache, dass eben Gerät Nr. 1 ausgefallen ist) :

$$t_{Rw} = t_{D_min} = t_{D2} = t_{Grenz_#1} \quad [15b]$$

Wir ersetzen t_{Rw} und t_{D_min} in Gl. 14b durch $t_{Grenz_#1}$ und erhalten:

$$t_{Grenz_#1} = \frac{(\text{Vol_init2} - \text{Vol_na2} - \tau_{pT} * sLV_surf2 * t_{Grenz_#1})}{\tau_{pT} * (sLV_surf1 + sLV_surf2)} \quad [16b]$$

Damit erhalten wir:

$$t_{Grenz_#1} = \frac{(\text{Vol_init2} - \text{Vol_na2})}{\tau_{pT} * (sLV_surf1 + 2 * sLV_surf2)} \quad [17b]$$

6.14.2 Berechnung der übrigen Abhängigkeiten

Auch für den spezifischen Luftverbrauch erhalten wir analog:

$$\frac{sLV_surf2}{sLV_surf1} = \frac{1}{\epsilon_{sLV}} \geq \frac{1}{(3 * \gamma \text{Vol_na2} - 2)} \quad [18b^4]$$

normalisiert:

$$\frac{(3 * \gamma \text{Vol_na2} - 2)}{\epsilon_{\text{SLV}}} \geq 1 \quad \text{oder} \quad \Phi_{\#2} \geq 1 \quad [18b^5]$$

sowie für den Spezialfall $\gamma \text{Vol_na2} = 1$

$$\text{sLV_surf2} \geq \text{sLV_surf1} \quad \text{oder} \quad \epsilon_{\text{SLV}} \leq 1 \quad [20b]$$

Es gelten sinngemäss dieselben Aussagen wie für den Fall 1.

DRY

6.15 Fallszenario 3

Es sei Taucher 1, der seinen Drittel als erster erreicht hat, und es sei auch Taucher 1, dessen Gerät total ausfalle, so dass mit Gerät 2 zurückgetaucht werden muss.

Da Taucher 1 derjenige ist, welcher als erster seinen Drittel verbraucht hat, gilt für die Drittels- oder Umkehrzeit:

$$t_D_min = \text{MIN}[t_D1, t_D2] = t_D1 \quad [11a]$$

Das Restvolumen des Tauchers 2 zu diesem Zeitpunkt ist:

$$\text{Vol_Rest2}(t_D_min) = \text{Vol_init2} - \tau_pT * sLV_surf2 * t_D_min \quad [12b]$$

Andererseits gilt für die Rückwegszeit:

$$t_Rw = \frac{(\text{Vol_Rest2} - \text{Vol_na2})}{\tau_pT * (sLV_surf1 + sLV_surf2)} \quad [13b]$$

Durch Verknüpfung von Gl. 12b und 13b kann man schreiben:

$$t_Rw = \frac{(\text{Vol_init2} - \text{Vol_na2} - \tau_pT * sLV_surf2 * t_D_min)}{\tau_pT * (sLV_surf1 + sLV_surf2)} \quad [14b]$$

6.15.1 Berechnung der Grenzzeit

Aus Gl. 7 wissen wir, dass für eine erfolgreiche Rückkehr gelten muss:

$$t_Rw \geq t_D_min$$

Wir wollen nun auch hier die Bedingungen untersuchen, die gelten müssen, dass es gerade noch reicht, und bezeichnen die so gefundene Zeit wiederum als "Grenzzeit", $t_Grenz_#1$ (der Index #1 steht auch hier für die Tatsache, dass eben Gerät Nr. 1 ausgefallen ist) :

$$t_Rw = t_D_min = t_D1 = t_Grenz_#1 \quad [15b]$$

Wir ersetzen t_Rw und t_D_min in Gl. 14b durch $t_Grenz_#1$ und erhalten:

$$t_Grenz_#1 = \frac{(\text{Vol_init2} - \text{Vol_na2} - \tau_pT * sLV_surf2 * t_Grenz_#1)}{\tau_pT * (sLV_surf1 + sLV_surf2)} \quad [16b]$$

Durch umformen und wegkürzen erhält man schliesslich:

$$t_Grenz_#1 = \frac{(\text{Vol_init2} - \text{Vol_na2})}{\tau_pT * (sLV_surf1 + 2 * sLV_surf2)} \quad [17b]$$

Dies ist die identische Gleichung wie für den Fall 2.

Erkenntnis daraus:

Es spielt für die Berechnung der Grenzzeit keine Rolle, welcher Taucher als erster seinen Drittel veratmet hat und damit den Umkehrpunkt (die Eindringzeit) bestimmt. Entscheidend ist nur, mit welchem Gerät hinausgetaucht werden muss und welche Atemminutenvolumina die beiden Taucher haben. Auch diese Schlussfolgerung ist zwar algebraisch unbestreitbar, aber für die Allgemeinheit nicht unbedingt sofort ersichtlich. Diese Aussage kann numerisch punktuell mittels der Excel-Sheets in den Anhängen 6-13 verifiziert werden.

6.15.2 Berechnung der übrigen Abhängigkeiten

Es nun noch aufgezeigt werden, welche Bedingungen die Gerätegrößen und Verbräuche (resp. ihre Verhältnisse untereinander) haben müssen, damit die Grenzzeiten nicht überschritten werden.

Aus Gl. 4a und 4b wissen wir:

$$\text{Vol_init1} = \lambda_Vol * \text{Vol_init2} \quad [4a]$$

und

$$\text{sLV_surf1} = \varepsilon_sLV * \text{sLV_surf2} \quad [4b]$$

Durch analoge Herleitung für **Fall 3** erhalten wir:

$$1 \leq \frac{3 * \varepsilon_sLV * \gamma \text{Vol_na2}}{\lambda_Vol * (\varepsilon_sLV + 2)} \quad \text{oder} \quad \Phi_{\#3} \geq 1 \quad [18c^5]$$

Um die Variablen untereinander in Beziehung zu setzen lösen wir Gl. 18c⁵ einmal nach λ_Vol und einmal nach ε_sLV auf.

$$\lambda_Vol \leq \frac{3 * \varepsilon_sLV * \gamma \text{Vol_na2}}{(\varepsilon_sLV + 2)} \quad \text{sowie} \quad \varepsilon_sLV \geq \frac{2 * \lambda_Vol}{(3 * \gamma \text{Vol_na2} - \lambda_Vol)} \quad [21^1/21^2]$$

Die graphische Darstellung dieser beiden Zusammenhänge findet sich im Anhang 5a.

6.16 Fallszenario 4

Es sei Taucher 2, der seinen Drittel als erster erreicht hat, und es sei auch Taucher 2, dessen Gerät total ausfalle, so dass mit Gerät 1 zurückgetaucht werden muss.

Da Taucher 2 derjenige ist, welcher als erster seinen Drittel verbraucht hat, gilt für die Drittels- oder Umkehrzeit:

$$t_D_min = \text{MIN}[t_D1, t_D2] = t_D2 \quad [11b]$$

Das Restvolumen des Tauchers 1 zu diesem Zeitpunkt ist:

$$\text{Vol_Rest1}(t_D_min) = \text{Vol_init1} - \tau_pT * sLV_surf1 * t_D_min \quad [12a]$$

6.16.1 Berechnung der Grenzzeit

Der Leser ahnt es: in Analogie zu den Fällen Fall 3 und 2 werden wir hier dieselbe Gleichung für die Grenzzeit erhalten wie im Fall 1. Die detaillierte Herleitung können wir uns sparen. Es gilt demnach:

$$t_Grenz_#2 = \frac{(\text{Vol_init1} - \text{Vol_na1})}{\tau_pT * (2 * sLV_surf1 + sLV_surf2)} \quad [17a]$$

6.16.2 Berechnung der übrigen Abhängigkeiten

Für den vorliegenden Fall 4 gilt:

$$t_D2 = \frac{1/3 * \text{Vol_init2}}{\tau_pT * sLV_surf2} \quad \text{für den Hineinweg} \quad [8b]$$

sowie

$$t_Grenz_#2 = \frac{(\text{Vol_init1} - \text{Vol_na1})}{\tau_pT * (2 * sLV_surf1 + sLV_surf2)} \quad [17a]$$

und

$t_D2 \leq t_Grenz_#2$ folgt:

$$\frac{\text{Vol_init2}}{3 * \tau_pT * sLV_surf2} \leq \frac{\lambda_Vol * \text{Vol_init2} * \gamma\text{Vol_na1}}{\tau_pT * (2 * sLV_surf1 + sLV_surf2)}$$

$$\frac{1}{3 * sLV_surf2} \leq \frac{\lambda_Vol * \gamma\text{Vol_na1}}{(2 * \epsilon_sLV * sLV_surf2 + sLV_surf2)}$$

$$1 \leq \frac{3 * \lambda_{Vol} * \gamma_{Vol_na1}}{(2 * \epsilon_{sLV} + 1)}$$

oder

$$\Phi_{\#4} \geq 1$$

[18d⁵] (2)

Um die Variablen untereinander in Beziehung zu setzen lösen wir 18d⁵ einmal nach λ_{Vol} und einmal nach ϵ_{sLV} auf.

$$\lambda_{Vol} \geq \frac{(2 * \epsilon_{sLV} + 1)}{3 * \gamma_{Vol_na1}}$$

sowie

$$\epsilon_{sLV} \leq \frac{(3 * \lambda_{Vol} * \gamma_{Vol_na1} - 1)}{2}$$

[22¹/22²]

Die graphische Darstellung dieser beiden Zusammenhänge findet sich im Anhang 5b.

6.17 Diskussion der Ergebnisse

Die Gleichungen 18a⁵ - 18d⁵ und 20 - 22 sind die wohl wichtigsten Gleichungen des ganzen Systems. Sie legen sämtliche Kombinationen von Gas-Initialvolumina und Atemminutenvolumina fest, für die die "ursprüngliche " Drittelsregel im Sinne der Definition genügt, resp. eben *nicht* genügt.

Wichtig ist auch zu sehen, dass die Gleichungen völlig unabhängig von der Tiefe sind ! Sie gelten also auf jeder Tiefe.

Da wir im wesentlichen 2 Variablen (λ_{Vol} und ϵ_{sLV}), aber nur jeweils 1 Gleichung haben, heisst das auch, das das System nicht eindeutig bestimmt ist, also beliebig viele Lösungen (Kombinationen) aufweist.

Diese Tatsache ist auch die entscheidendste Schwachstelle der "ursprünglichen" Drittelsregel.

6.18 Spezialfälle

6.18.1 Spezialfall: identische Gas-Initialvolumen

Wir verwenden dazu Gl. 17a und 17b. Falls gilt:

$$\text{Vol_init1} = \text{Vol_init2} = \text{Vol_init} \quad [23]$$

könne wir für die Grenzzeit je nach Fall (#1 oder #2) schreiben:

$$t_{\text{Grenz_}\#1} = \frac{(\text{Vol_init} - \text{Vol_na})}{\tau_{\text{pT}} * (\text{sLV_surf1} + 2 * \text{sLV_surf2})} \quad [17b^1]$$

$$t_{\text{Grenz_}\#2} = \frac{(\text{Vol_init} - \text{Vol_na})}{\tau_{\text{pT}} * (2 * \text{sLV_surf1} + \text{sLV_surf2})} \quad [17a^1]$$

Soweit nichts aufregendes. Es gilt sinngemäss alles unter Fall 1 und 2 Gesagte.

6.18.2 Spezialfall: gleiche Atemminutenvolumina (spezifische Verbräuche)

Wir verwenden dazu wiederum Gl. 17a und 17b. Falls gilt:

$$\text{sLV_surf1} = \text{sLV_surf2} = \text{sLV_surf} \quad [24]$$

könne wir für die Grenzzeit je nach Geräteausfall (#1 oder #2) schreiben:

$$t_{\text{Grenz_}\#1 / \#2} = \frac{(\text{Vol_init } 2 / 1 - \text{Vol_na } 2 / 1)}{\tau_{\text{pT}} * 3 * \text{sLV_surf}} \quad [17b^2 / 17a^2]$$

Die Drittelszeiten lassen sich nun schreiben als:

$$t_{\text{D1}} = \frac{1/3 * \text{Vol_init1}}{\tau_{\text{pT}} * \text{sLV_surf}} \quad [8a]$$

falls Taucher 1 zuerst seinen Drittel verbraucht hat, sowie

$$t_{\text{D2}} = \frac{1/3 * \text{Vol_init2}}{\tau_{\text{pT}} * \text{sLV_surf}} \quad [8b]$$

falls Taucher 2 zuerst seine Drittel verbraucht hat.

Für Fallszenario 1, aber dieses Mal zusätzlich mit identischen Verbräuchen, erhalten wir durch Einsetzen in Gl. 17a² somit:

$$\frac{1/3 * \text{Vol_init1}}{\tau_{\text{pT}} * \text{sLV_surf}} \leq \frac{(\text{Vol_init1} - \text{Vol_na1})}{\tau_{\text{pT}} * 3 * \text{sLV_surf}} = \frac{\text{Vol_init1} * \gamma \text{Vol_na1}}{\tau_{\text{pT}} * 3 * \text{sLV_surf}} \quad [25]$$

Nach entsprechenden Kürzungen erhalten wir:

$$1 \leq \gamma \text{Vol_na1} !$$

[26]

Die Bedingung wird nur erfüllt, wenn $\gamma \text{Vol_na1} = 1$ ist ($\gamma \text{Vol_na1}$ ist definitionsgemäss immer ≤ 1). In andern Worten: wenn das Atemminutenvolumen der beiden Taucher gleich gross ist, dann müsste - um bis zum Eingang zurückkehren zu können - das Gerät bis auf 0 bar abgeatmet werden können, was **physikalisch unmöglich** ist.

Wir werden auch für den Fall 2 ein formelmässig identisches Ergebnis erhalten.

Das heisst nichts anderes, als dass wir hier eine weitere systeminhärente Schwachstelle der "ursprünglichen" Drittelsregel entdeckt haben, wo sie also zwingend versagen muss.

Ausgenommen, der nicht abatembare Teil wird zu Beginn des TGs bei der Drittelsfestlegung entsprechend berücksichtigt !

Auch diese Aussage kann numerisch punktuell mittels der Excel-Sheets in den Anhängen 6-13 verifiziert werden.

7. Konsequenzen für die Anwendung der "ursprünglichen" Drittelsregel

Aus den obigen Ausführungen ist zweifelsfrei ersichtlich, dass die "ursprüngliche" Drittelsregel eine **Minimalregel** darstellt. Sie sollte deshalb nur mit Einschränkungen angewendet werden bei:

- stark unterschiedlichen Initialvolumina der Taucher
- stark unterschiedlichen Luftverbräuchen (falls bekannt)
- bei neuen, noch unbekanntem Höhlen
- neuen, wenig bekannten Tauchpartnern
- stark unterschiedlichen physischen Konditionen
- neue Ausrüstungskonfigurationen
- unterschiedlichen Tiefenprofilen (bei sehr grossen Höhlen kann die Aufenthaltstiefe der beiden Taucher durchaus signifikant voneinander abweichen)
- geringer oder stark wechselnde Sicht (herein gut, hinaus bescheiden)
- sonstigen aussergewöhnliche Umweltbedingungen
- wenn die Tauchgruppe nur aus 2 Tauchern besteht



Die Drittelsregel darf unter gar keinen Umständen angewendet werden bei

- bei Schwinden, d.h. Höhlen mit Einwärtsströmung !
- beim Einsatz von Scootern (dort gelten völlig andere Ansätze) !



Teil 2: Die "modifizierte" Drittelsregel

1. Grundlagen

Einige Verbände - in Kenntnis der Schwächen der "ursprünglichen" Drittelsregel - benutzen eine Regel, bei der nicht das persönliche Drittelsvolumen eines jeden Tauchers für ihn massgebend ist, sondern das vorgängig ermittelte kleinste Drittelsvolumen innerhalb der Tauchgruppe die Richtschnur für alle anderen Teilnehmer bildet.

1.1 Beschreibung des Verfahrens:

1. Man berechnet für alle Mitglieder der Gruppe ihren Initial-Gasvorrat (Anz. Flaschen x Flaschengrösse x Fülldruck)
2. Man bestimmt das kleinste aller Initialvolumina
3. Jetzt wird ein Drittel diese kleinsten Initialvolumens berechnet
4. Dieser kleinste Drittel des Initialvolumens (das *kleinste der Gruppe*), wird nun als Mass für die weitere Berechnung genommen.

Der Gedanke dahinter ist der: jedes Mitglied soll spätestens dann umkehren (natürlich zusammen mit seinen Kollegen), wenn er den so bestimmten kleinsten Drittel veratmet hat.

5. Alle Mitglieder, die ein anderes Initialvolumen haben als derjenige Taucher mit dem kleinsten Vorrat, rechnen nun aus, welchen Druck SIE selbst auf ihrem Finimeter ablesen würden, nachdem sie diesen kleinsten Drittel veratmet haben. Da sie selbst eine grössere Flasche haben als ihr "kleinster" Kollege, wird dieser neue "korrigierte" Drittelsdruck nach Boyle-Mariott höher sein, als dies nach der "ursprünglichen" Drittelsregel der Fall gewesen wäre. Für den Taucher mit dem kleinsten Gasvorrat ändert sich nichts, da sein Drittelsvolumen ja als Basis (Referenz) diente.
6. Die Regel lautet nun: die ganze Gruppe kehrt um, wenn irgendeiner der Taucher seinen "korrigierten" Drittelsdruck erreicht hat.

1.2 Mathematisch-physikalische Ueberlegungen

Im Prinzip wird hier das Gesetz von Boyle-Mariott (Spezialfall der allgemeinen Gasgleichung bei konstanter Temperatur) angewendet, also:

$$p_{F1} * Vol_{F1} = p_{F2} * Vol_{F2} \quad [27]$$

Die linke Seite der Gleichung beschreibt dabei den Gasvorrat des Tauchers 1, die rechte Seite denjenigen des Tauchers 2.

Boyle-Mariott gilt natürlich auch, wenn wir nur die Differenzdrücke betrachten:

$$\Delta p_{F1} * Vol_{F1} = \Delta p_{F2} * Vol_{F2} \quad [27^1]$$

Dabei ist Δp_{F1} derjenige Druckabfall in der Flasche des Tauchers 1 der durch das Veratmen eines Drittels ($\Delta p_{F1} * Vol_{F1}$) hervorgerufen wird. Wenn wir die Gleichung nach Δp_{F2} auflösen, heisst das, wir wollen ausrechnen, welchen Druckabfall der Verbrauch des Drittels von Taucher 1 hervorrufen würde, wenn er die Flaschengrösse seines Kollegen (Taucher 2) hätte.

$$\Delta p_{F2} = \frac{\Delta p_{F1} * Vol_{F1}}{Vol_{F2}} \quad [28]$$

1.3 Ein Zahlenbeispiel:

1. Schritt:

Taucher 1: 2 x 10l, 240 bar à Initialvolumen: 4800 NL à 1/3 davon = 1600 NL
Taucher 2: 2 x 12l, 240 bar à Initialvolumen: 5760 NL à 1/3 davon = 1920 NL
Taucher 3: 3 x 7l, 210 bar à Initialvolumen: 4410 NL à 1/3 davon = **1470 NL**

NL: Liter entspanntes Atemgas [bar * Liter]

à also hat der Taucher 3 das kleinste Initialvolumen und deshalb logischerweise auch das kleinste zu veratmende "Drittelsvolumen" von **1470 NL**. Dieser Wert dient uns nun als *Referenz für alle*.

2. Schritt:

Nun wird (nach Boyle-Mariott) berechnet, welchem Druck dieses "Drittelsvolumen" bei den andern Tauchern (also Taucher 1 und 2) entsprechen würde.

Taucher 1: 240bar - (**1470bar***Liter / 20 Liter) = **166.5** bar (hier wird spätestens umgekehrt)
Taucher 2: 240bar - (**1470bar***Liter / 24 Liter) = **178.8** bar (hier wird spätestens umgekehrt)
Taucher 3: 1/3 von 210 bar = **140** bar (unverändert; ist ja Referenz)

Derjenige Taucher, der zuerst "seinen" Druck erreicht hat, gibt das Zeichen zur Umkehr.

Ein Vergleich:

Die Flaschendrücke, bei denen umgekehrt werden muss, nochmals im Vergleich:

Bei der ursprünglichen Drittelsregel wäre dies gewesen:

Taucher 1: 240 - 1/3 von 240 = **160** bar, veratmetes Volumen bei diesem Druck: **1600 NL**
Taucher 2: 240 - 1/3 von 240 = **160** bar, veratmetes Volumen bei diesem Druck: **1920 NL**
Taucher 3: 210 - 1/3 von 210 = **140** bar, veratmetes Volumen bei diesem Druck: **1470 NL**

Nun mit der modifizierten Drittelsregel sind es folgende Drücke:

Taucher 1: **166.5** bar, veratmetes Volumen bei diesem Druck: **1470 NL**
Taucher 2: **178.8** bar, veratmetes Volumen bei diesem Druck: **1470 NL**
Taucher 3: **140** bar, veratmetes Volumen bei diesem Druck: **1470 NL**

2. Mathematische Ueberprüfung

Da hier nur das Drittel des Tauchers mit dem kleinsten Gasvorrat verwendet wird, gilt:

$$\text{Vol_init_min} = \text{Min}[\text{Vol_ini1}, \text{Vol_ini2}] \quad [29]$$

Die Drittelszeiten lassen nun schreiben als:

$$t_{D1} = \frac{1/3 * \text{Vol_init_min}}{\tau_{pT} * \text{sLV_surf1}} \quad [8a]$$

falls Taucher 1 zuerst seinen Drittel verbraucht hat, sowie

$$t_{D2} = \frac{1/3 * \text{Vol_init_min}}{\tau_{pT} * \text{sLV_surf2}} \quad [8b]$$

falls Taucher 2 zuerst seine Drittel verbraucht hat.

Ganz gleich, wer von den Tauchern zuerst seinen Drittel veratmet hat, es ist volumenmässig immer gleich viel, nämlich **1/3 Vol_init_min**.

Damit stehen die Eindringzeiten (Drittelszeiten) in umgekehrt proportionalen Verhältnis zu den individuellen Atemminutenvolumina:

$$\frac{t_{D1}}{t_{D2}} = \frac{sLV_{surf2}}{sLV_{surf1}} = \frac{1}{\epsilon_{sLV}} \quad [30]$$

Die zur Verfügung stehende Zeit für die Rückkehr lässt sich nun wie folgt schreiben:

$$t_{Rw1,2} = \frac{(\text{Vol}_{init1,2} - \text{Vol}_{na1,2} - 1/3 * \text{Vol}_{init_min})}{\tau_{pT} * (sLV_{surf1} + sLV_{surf2})} = t_{Grenz_#2,1} \quad [31]$$

2.1 Fallszenario 1 (Taucher 1 erreicht als erster die Drittelszeit, Gerät 2 fällt aus)

Es soll nun gezeigt werden, dass die modifizierte Drittelsregel nie versagen kann, wenn der nicht abatembare Teil des Gasvorrats berücksichtigt wird. Dies kann bei der Ablesung der Finimeter zu TG-Beginn sein oder durch das entsprechende höhersetzen des Druckes, bei dem umgekehrt werden soll.

Dasselbe Problem haben wir bereits unter 6.18.2 / S. 20/21 diskutiert.

Dementsprechend streichen wir den Term **Vol_{na1,2}**, resp. können ihn Null setzen.

Falls Taucher 1 der Erste ist, der seinen Drittel erreicht hat, so heisst dass zwingend, dass:

$$sLV_{surf1} \geq sLV_{surf2} \quad \text{oder} \quad \epsilon_{sLV} \geq 1 ! \quad [32a]$$

Taucher 1 hat demnach noch 2/3 in seinem Gerät, das für den Rückweg benötigt wird:

$$\frac{1/3 * \text{Vol}_{init_min}}{\tau_{pT} * sLV_{surf1}} \leq \frac{2/3 * \text{Vol}_{init1}}{\tau_{pT} * (sLV_{surf1} + sLV_{surf2})} \quad [33]$$

$$\frac{\text{Vol}_{init_min}}{1} \leq \frac{2 * \text{Vol}_{init1}}{(1 + 1 / \epsilon_{sLV})} \quad [33^1]$$

wir definieren:

$$\lambda_{Vol_min1} = \frac{\text{Vol}_{init1}}{\text{Vol}_{init_min}}; \text{ damit ist immer } \lambda_{Vol_min1} \geq 1 ! \quad [34a]$$

$$(1 + 1 / \epsilon_{sLV}) \leq 2 * \lambda_{Vol_min1} \quad \text{normalisiert: } \Phi_{\#1} = \frac{2 * \lambda_{Vol_min1}}{(1 + 1 / \epsilon_{sLV})} \geq 1 \quad [35a] \quad [35a^1]$$

Da ϵ_{sLV} hier zwingend ≥ 1 sein muss, so ist der Kehrwert $1 / \epsilon_{sLV}$ immer ≤ 1 . Damit ist die **linke Seite der Ungleichung 35a immer ≤ 2** .

Andererseits muss λ_{Vol_min1} immer ≥ 1 sein. Damit ist die **rechte Seite der Ungleichung immer ≥ 2** .

Mit anderen Worten: diese Ungleichung gilt für Fall 1 immer !

2.2 Fallszenario 2 (Taucher 2 erreicht als erster die Drittelszeit, Gerät 1 fällt aus)

Falls Taucher 2 der Erste ist, der seinen Drittel erreicht hat, so heisst dass zwingend, dass:

$$sLV_surf2 \geq sLV_surf1 \quad \text{oder} \quad \epsilon_sLV \leq 1 ! \quad [32b]$$

Taucher 2 hat demnach noch 2/3 in seinem Gerät, das für den Rückweg benötigt wird.

Wir definieren:

$$\lambda_Vol_min2 = \frac{Vol_init2}{Vol_init_min}; \quad \text{damit ist immer } \lambda_Vol_min2 \geq 1 ! \quad [34b]$$

Durch analoge Herleitung wie im Fall 1:

$(1 + \epsilon_sLV) \leq 2 * \lambda_Vol_min2$	[35b] normalisiert:	$\Phi_{\#2} = \frac{2 * \lambda_Vol_min2}{(1 + \epsilon_sLV)} \geq 1$	[35 b ¹]
---	---------------------	---	----------------------

Da ϵ_sLV hier zwingend ≤ 1 sein muss, so ist die **linke Seite der Ungleichung 35b immer ≤ 2** .

Andererseits muss λ_Vol_min2 immer ≥ 1 sein. Damit ist die **rechte Seite der Ungleichung immer ≥ 2** .

Mit anderen Worten: diese Ungleichung gilt für Fall 2 immer !

2.3 Fallszenario 3 (Taucher 1 erreicht als erster die Drittelszeit, Gerät 1 fällt aus)

Es gilt :

$$sLV_surf1 \geq sLV_surf2 \quad \text{oder} \quad \epsilon_sLV \geq 1 ! \quad [32a]$$

Durch analoge Herleitung wie unter Fall 1 und 2:

$(2 + 1 / \epsilon_sLV) \leq 3 * \lambda_Vol_min2$	[35c] normalisiert:	$\Phi_{\#3} = \frac{3 * \lambda_Vol_min2}{(2 + 1 / \epsilon_sLV)} \geq 1$	[35c ¹]
---	---------------------	---	---------------------

Da ϵ_sLV hier zwingend ≥ 1 sein muss, so ist der Kehrwert $1 / \epsilon_sLV$ immer ≤ 1 . Damit ist die **linke Seite der Ungleichung 35c immer ≤ 3** .

Andererseits muss λ_Vol_min2 immer ≥ 1 sein. Damit ist die **rechte Seite der Ungleichung immer ≥ 3** .

Mit anderen Worten: diese Ungleichung gilt für Fall 3 immer !

2.4 Fallszenario 4 (Taucher 2 erreicht als erster die Drittelszeit, Gerät 2 fällt aus)

Es gilt :

$$sLV_surf2 \geq sLV_surf1 \quad \text{oder} \quad \epsilon_sLV \leq 1 ! \quad [32b]$$

Durch analoge Herleitung wie unter Fall 1 bis 3:

$$(2 + \varepsilon_{sLV}) \leq 3 * \lambda_{Vol_min1}$$

[35d]
normalisiert:

$$\Phi_{\#4} = \frac{3 * \lambda_{Vol_min1}}{(2 + \varepsilon_{sLV})} \geq 1 \quad [35d^1]$$

Da ε_{sLV} hier zwingend ≤ 1 sein muss, so ist die **linke Seite der Ungleichung 35d immer ≤ 3** .

Andererseits muss λ_{Vol_min1} immer ≥ 1 sein. Damit ist die **rechte Seite der Ungleichung immer ≥ 3** .

Mit anderen Worten: diese Ungleichung gilt für Fall 4 immer !

Damit ist der mathematische Beweis erbracht, dass die "modifizierte" Drittelregel unter den eingangs aufgestellten Prämissen für eine 2er Tauchergruppe immer genügt, dass also die zur Verfügung stehende Zeit für den Rückweg immer gleich gross oder grösser ist, als die Zeit bis der erste Taucher seinen Drittel veratmet hat.

Diese Aussage gilt unabhängig von Tiefe, Initial-Gasvorräten und Atemminutenvolumina der Taucher.

Dabei wird vorausgesetzt, dass der nicht abatembare Teil (von ca. 5 -10 bar), vor-gängig durch eine entsprechende Druckkorrektur berücksichtigt worden ist .

3. Ein Vergleich der zwei Drittelsregeln

Durch mathematische Ueberprüfung, aber hauptsächlich auch durch eine Reihe numerischer Beispiele und Vergleich der beiden Verfahren lässt sich abschliessend folgendes sagen (s. dazu auch Anhänge 6-13):

1. Die "ursprüngliche" Drittelsregel genügt NICHT in allen Fällen.
2. Die "modifizierte" Drittelsregel bringt gegenüber der "ursprünglichen" Drittelsregel **in der Mehrzahl der Szenarien ein zusätzliches Plus an Sicherheit**.
3. Wenn die Verbräuche UND / ODER die Initialvolumina der beiden Taucher gleich gross sind, ergeben beide Verfahren die GLEICHE Sicherheit.
4. Die "modifizierte" Drittelsregel genügt in allen Fällen, auch dort wo die "ursprüngliche" versagt.
5. Es gibt Konstellationen, wo BEIDE Verfahren eine Sicherheitsmarge von 0 haben ("wo es gerade so langt")!

Der einzige, aber entscheidende Unterschied zwischen den zwei Drittelsregeln besteht darin, dass bei der "modifizierten" **nicht** das persönliche Drittelsvolumen eines jeden Tauchers für ihn den Umkehrpunkt bestimmt, sondern das kleinste Drittelsvolumen der ganzen Gruppe für alle gilt.

Teil 3: Weitere Sicherheits-Massnahmen

1. Erhöhung der Sicherheit durch Zusatzregeln

In Kenntnis der Schwachstellen der "ursprünglichen" Drittelsregel, aber auch der Null-Sicherheitsmarge bei gewissen Szenarien bei der "modifizierten" Drittelsregel gibt es weitere praktikable Möglichkeiten, ein *Plus an Sicherheit* zu gewinnen.

Am ehesten angebracht ist dies bei einer Gruppe, die nur aus 2 Tauchern besteht und/oder deren Geräteinhalte unterschiedlich sind. Man bedenke auch, dass das Verfahren einfach und am besten ohne Zuhilfenahme von Computern im Quelltopf durchführbar sein sollte.

Die nachstehenden Zusatzregeln sind Manuals von diversen Höhlentauchverbänden entnommen, werden auch in Europa verwendet und lassen sich sowohl zur "ursprünglichen", wie auch zur "modifizierten" Drittelsregel anwenden.

- **Finimeter Ablesung vor dem TG**

Der Druck darf erst im Wasser abgelesen werden und dies erst nach 5-10 Minuten während dessen sich die Flaschen abkühlen konnten. Vorher wird nicht abgetaucht !

Diese Regel ist vorbehaltlos immer anzuwenden !

- **Rundungsregel**

Der auf dem Finimeter abgelesene Druck wird für die Drittelsberechnung auf die nächsten 10 bar auf einen Wert abgerundet, der restlos teilbar durch 3 (bei Anwendung Drittelsregel), resp. 4 bei Anwendung der Viertelsregel ist.

Beispiel: abgelesener Flaschendruck = **235**bar, abgerundet **210**bar; 1 Drittel = 70bar; d.h. umkehren beim Erreichen von 165 bar (**235 - 70**).

Diese Regel ist vorbehaltlos immer anzuwenden !

- **Sicherheitszuschlag / Berücksichtigung nicht abatembarer Druck**

Man setzt den Punkt, an dem umgekehrt werden soll um 10 - 20 bar höher an als exakt berechnet. Je tiefer die durchschnittliche Tauchtiefe liegt und je länger der TG geplant ist, desto höher sollte dieser Zuschlag ausfallen.

Diese Regel ist vorbehaltlos immer anzuwenden !

- **Viertelsregel oder Fünftelsregel**

Man geht nicht von einem Drittel bis zur Umkehr aus, sondern z.B. von einem Viertel oder gar Fünftel. Gerade dieses Verfahren bringt objektiv am meisten Sicherheit und ist sehr einfach zum rechnen.

Diese Regel bringt zweifellos sehr viel mehr Sicherheit, dürfte aber von den meisten unter "normalen" Bedingungen als zu konservativ empfunden werden und deshalb auf Akzeptanzprobleme stossen.

Generell gilt:

Das wichtigste bei all diesen Verfahren ist, dass die ganze Gruppe sich einig ist, welches angewendet werden soll und jeder dies dann auch peinlichst genau tut. Man denke auch an das KISS-Prinzip (keep it simple, stupid!).



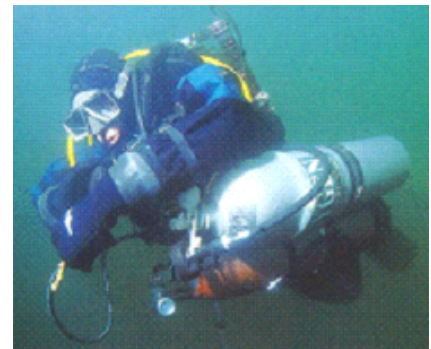
2. Neue Strategie: Aufteilung des Gasvorrates auf mehr Flaschen

Das Eintreffen eines "Supergaus" (der Totalausfall eines Gerätes am weitest entfernten Punkt vom Eingang) ist sicher sehr selten, kann aber nicht ganz ausgeschlossen werden. Die unter Teil 2, Pkt. 1. vorgestellten und in der Praxis angewendeten Zusatzregeln erhöhen zweifellos die Sicherheit.

Wie festgestellt, bieten aber weder die "ursprüngliche", noch die "modifizierte" Drittelsregel in jedem denkbaren Szenario immer Sicherheits-Reserven. Manchmal sollte es "eben gerade so langen". Trotzdem sollten sie natürlich immer konsequent angewendet werden.

Eine weitere Strategie bezüglich Gas-Management bietet hier *objektiv mehr und immer zusätzliche Sicherheit*. Nicht zuletzt durch die Verwendung von anderen Atemgasen als Luft, aber auch von den heutigen Eindringdistanzen her, wurde der Einsatz von 3 oder mehr Flaschen "hoffähig" oder zwingend erforderlich. Dies kann z.B. in Form von 3-fach Flaschenpaketen oder mittels Stage Tanks geschehen.

Wir beteiligen uns hier nicht an der müssigen Diskussion, welche Konfiguration jetzt die beste sei. Das hängt von vielen Faktoren ab, nicht zuletzt auch von der *persönlichen Präferenz des Tauchers!*



mitgeführte Stage Tanks

Für die Aufteilung auf mehr als bloss 2 Flaschen gibt es mind. **3 handfeste Argumente:**

1. Kleinerer anteiliger Verlust

Wenn sich der Gasvorrat auf mehrere Flaschen aufteilt, so ist der Verlust beim Ausfall einer Flasche logischerweise kleiner. Bei einem Doppelgerät sind es 50% pro Flasche, bei 3 Flaschen gerade noch 33%, also bereits eine respektable Verbesserung um 17%.

Also ist es viel klüger, 3 x 10L Flaschen mitzunehmen, als sich ein 2 x 15L Gerät auf den Rücken zu schnallen.

2. Drastische Senkung der Eintretenswahrscheinlichkeit

Dies ist sozusagen eine vorausschauende Strategie, die also nicht erst dann einsetzt, wenn das Unglück passiert ist, sondern die hilft, die Eintretenswahrscheinlichkeit des schädlichen Ereignisses zu reduzieren.

Und damit kommt das schlagkräftigste Argument von der Statistik her: Nehmen wir einmal an, dass durchschnittlich bei jedem 10. Tauchgang bei einem Taucher eine Flasche "aussteigen" würde (ein Wert der sicher zu hoch angesetzt ist). Dann beträgt die Wahrscheinlichkeit 0.1 oder 10%. Die Wahrscheinlichkeit, dass Flasche 1 UND Flasche 2 verloren gingen, beträgt demnach bereits nur noch $0.1 * 0.1 = 0.01$, also gerade noch 1% oder eine Verbesserung um den Faktor 10! Die Wahrscheinlichkeit, dass sogar 3 Flaschen miteinander verloren gingen, würde demnach gerade noch $0.1 * 0.1 * 0.1 = 0.001$, also 0.1 % oder ein Tausendstel betragen! Anders ausgedrückt: rein statistisch gesehen dürfte ein solches Ereignis nur noch bei jedem tausendsten Tauchgang auftreten. Das sind mehr Tauchgänge, als wohl die meisten Höhlentaucher jemals machen werden.



3er Gerät

Wer glaubt, dies sei blosser Zahlenspielerei, der irrt. Nach genau solchen Überlegungen, resp. aufgrund von statistischen Berechnungen wurde seinerzeit von der IATA zugelassen, dass bei Atlantikflügen die Maschinen nicht mehr 3 Triebwerke, sondern nur noch 2 Treiber benötigen (weil eben die Wahrscheinlichkeit, dass beide Triebwerke ausfallen bereits so klein ist, dass sie in Kauf genommen wird). Und wer von uns ist nicht schon mal mit einem Airbus über den grossen Teich gedüst? Also nicht lächeln, wir vertrauen unser Leben in vielen Situationen ohne es zu wissen der Statistik an.

3. Zusatzreserve

Es steht uns frei, die zusätzliche Reserveflasche gar nicht in unsere Gasverbrauchsrechnung einzubeziehen, sondern wirklich als stille Reserve zu betrachten für den "Supergau". So, wie viele Autofahrer im Kofferraum einen kleinen Benzinkanister mit sich führen, für den Fall der Fälle.

Das Gas, das ein solches Depot im Sinne "eines Notvorrats" enthält, muss so gewählt werden, dass es vom Depot-Ort an *ununterbrochen* bis zum Eingang zurück und bis an die Wasseroberfläche geatmet werden kann.

Was ist zu bedenken:

Man könnte auch sagen: "alles im Leben hat seinen Preis". Deshalb sollen mögliche Bedenken zum Einsatz von mehr Flaschen auch nicht verschwiegen werden.

- mehr Flaschen bedeutet nach den unerbitterlichen Gesetzen der Physik mehr Widerstand (engl. *drag*), damit erhöhte Schwimm- und Atemarbeit (erhöhter Verbrauch), oder bei reduzierter Geschwindigkeit mehr Zeit für eine bestimmte Strecke. Dies wiederum kann erhöhte Deko-Anforderungen nach sich ziehen.....
- die Handhabung von zusätzlichen Flaschen fordert ein absolut korrektes und penibles Handling. Dies vor allem, wenn dann noch verschiedene Gase mitgeführt werden. Durch Verwechslung der Atemgase sind schon Tec-Taucher gestorben.
- falls man Stage-Flaschen deponiert, so erfordert dies sehr genaue Überlegungen hinsichtlich des Standorts des Depots und die absolute Sicherstellung, dass beim Hinausschwimmen die Depotflasche immer sofort (auch bei einem Silt-out, also Null Sicht) gefunden werden kann (Fixierung an der Hauptleine). Auch hier sind schon Höhlentaucher praktisch in Griffweite ihres Depotgerätes gestorben.....
- während der Zeit, während der die Flaschen deponiert sind, kommt man zwar schneller und leichter vorwärts, man hat sie aber auch nicht sofort zur Verfügung! Wenn nun etwas genau in dieser Zeit passiert (Murphy lässt grüssen), ist man nicht viel besser dran als ohne diese Zusatzflasche.
- bei Depotgeräten muss unter allen Umständen sichergestellt werden, dass während der "Abwesenheit" seines Besitzers kein Gasverlust auftritt. Also Ventile zu und gut kontrollieren, bevor man weiterschwimmt!

Aufgrund dieser Überlegungen schreiben die Standards der CMAS und der Swiss Cave Diving Group im Sinne einer Minimalregelung seit 2001 vor, dass bei Eindringdistanzen ab 500m immer mindestens ein drittes Gerät mitgeführt werden muss.

3. Tauchgruppen mit 3 Teilnehmern

Bereits im Manual "The Art of Safe Cave Diving" (NACD) wird darauf hingewiesen, dass eine 3er Gruppe im Bereich Höhlentauchen die effizienteste Grösse darstellt bezüglich Kontrollierbarkeit, Planung, Arbeitseffizienz.

Auch aus Sicht der Statistik ist dies ein richtiger Schritt: Wenn wir von den obigen Statistikzahlen ausgehen, und die Wahrscheinlichkeit, das EIN Taucher seinen ganzen Gasvorrat verliert mit 0.01 annehmen, so ist die Wahrscheinlichkeit, dass dies gleichzeitig noch einem zweiten Taucher zustösst nur noch 0.0001 ($0.01 * 0.01$).



3er Gruppe

4. Konsequenzen für das Gasvorrat-Management

1. Wende die Drittelsregel mit Bedacht und mit Vorsicht an. Es ist weitaus klüger, 10 bar vor Erreichen des Drittels umzukehren als 10 bar danach! *Beziehe alle Ueberlegungen unter Teil 1, Pkt. 4 mit ein.*
2. Es ist sinnvoll, dass alle Mitglieder einer Gruppe möglichst denselben Gasvorrat haben (*Standardisierung der Flaschengrössen und -Drücke*).
3. Bei heterogenen **Gruppen und/oder bei unterschiedlichen Initial-Gasvorräten** macht es Sinn, die **"modifizierte" Drittelsregel**, oder aber die **Viertelsregel** anzuwenden.
4. Eine *Dreiergruppe* ist - aus Sicht der Drittelregel - weitaus besser, als eine Zweiergruppe (s. auch die Empfehlung aus "Art of Cave Diving") ! Bei einer Dreiergruppe sollte der Gasvorrat auch beim Totalausfall eines Gerätes eigentlich immer gross genug sein, dass die gesamte Gruppe sicher zurück zum Eingang schwimmen kann.
5. Man einige sich auf EINE der unter Teil 3, Pkt. 1 angegebenen Zusatzregeln zur Erhöhung der Sicherheit und wende diese konsequent an!

Merksätze:

1. Der erste Taucher, der seinen vereinbarten Druck erreicht hat, gibt das Zeichen zur Umkehr !
2. Mit einer Dreiergruppe kann das Problem des Atemgasvorrats für Notfälle ziemlich entschärft werden.
3. Die Anwendung der Viertelsregel sollte hinsichtlich Atemgas-Notfällen ein ausreichendes Sicherheitspolster bieten (Ausnahme: Schwinden, Einsatz von Scootern).
4. Die Aufteilung des Gasvorrates auf mehr als bloss 2 Flaschen pro Taucher erhöht objektiv die Sicherheit dramatisch.

Anhänge

- Anhang 1: Zusammenfassung der wichtigsten algebraischen Resultate zur "ursprünglichen" Drittelsregel
- Anhang 2: Zusammenfassung der wichtigsten algebraischen Resultate zur "modifizierten" Drittelsregel
- Anhang 3: Korrekturfaktor von Luft für Volumenberechnungen
- Anhang 4: Flascheninhalte
- Anhang 5a: Verlauf von λ_{Vol} und ε_{sLV} für Fallszenario 3 / ursprüngliche Drittelsregel
- Anhang 5b: Verlauf von λ_{Vol} und ε_{sLV} für Fallszenario 4 / ursprüngliche Drittelsregel
- Anhang 6: Musterbeispiel 1
- Anhang 7: Musterbeispiel 2
- Anhang 8: Musterbeispiel 3
- Anhang 9: Musterbeispiel 4
- Anhang 10: Musterbeispiel 5
- Anhang 11: Musterbeispiel 6
- Anhang 12: Musterbeispiel 7
- Anhang 13: Grenzzeiten zu den Musterbeispielen

Anhang 1: Zusammenfassung der wichtigsten algebraischen Resultate zur "ursprünglichen" Drittelsregel

Drittel zuerst erreicht von		Ausfall von	Grenzzeit t_Grenz	Normalisierte Funktion Φ
Fallszenario 1	Taucher 1	Gerät 2	$t_Grenz_#2 = \frac{(Vol_init1 - Vol_na1)}{r_pT * (2 * sLV_surf1 + sLV_surf2)}$	$\Phi_#1 = \epsilon_sLV * (3 * \gamma Vol_na1 - 2) > 1$
Fallszenario 2	Taucher 2	Gerät 1	$t_Grenz_#1 = \frac{(Vol_init2 - Vol_na2)}{r_pT * (2 * sLV_surf2 + sLV_surf1)}$	$\Phi_#2 = \frac{(3 * \gamma Vol_na2 - 2)}{\epsilon_sLV} > 1$
Fallszenario 3	Taucher 1	Gerät 1	$t_Grenz_#1 = \frac{(Vol_init2 - Vol_na2)}{r_pT * (2 * sLV_surf2 + sLV_surf1)}$	$\Phi_#3 = \frac{3 * \epsilon_sLV * \gamma Vol_na2}{\lambda Vol * (\epsilon_sLV + 2)} > 1$
Fallszenario 4	Taucher 2	Gerät 2	$t_Grenz_#2 = \frac{(Vol_init1 - Vol_na1)}{r_pT * (2 * sLV_surf1 + sLV_surf2)}$	$\Phi_#4 = \frac{3 * \lambda Vol * \gamma Vol_na1}{(2 * \epsilon_sLV + 1)} > 1$

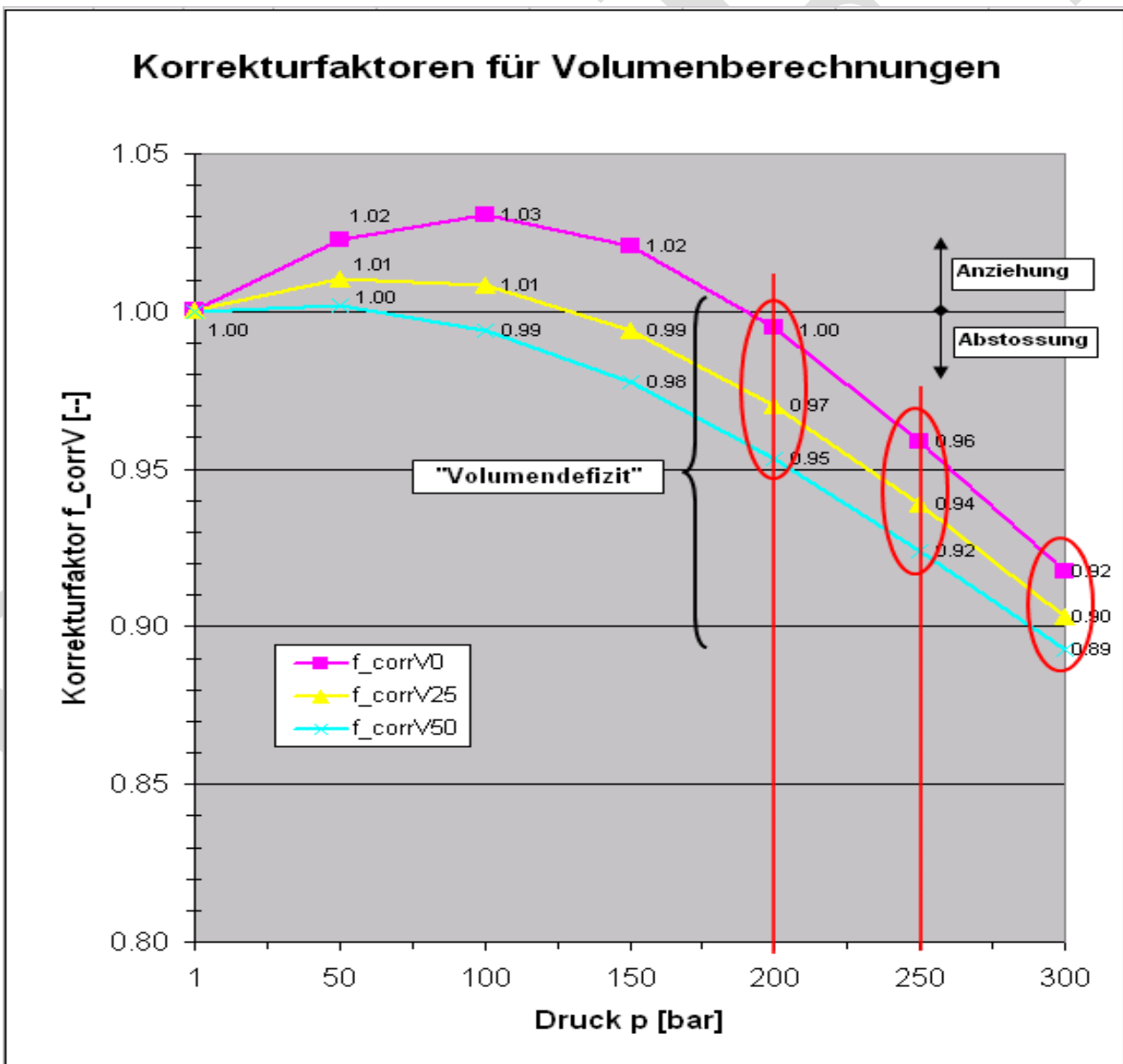
Anhang 2: Zusammenfassung der wichtigsten algebraischen Resultate zur "modifizierten" Drittelsregel

Drittel zuerst erreicht von		Ausfall von	Grenzzeit t_Grenz	Normalisierte Funktion Φ
Fallszenario 1	Taucher 1	Gerät 2	$t_Grenz_#2 = \frac{(Vol_init1 - Vol_na1 - 1/3 * Vol_init_min)}{I_pT * (sLV_surf1 + sLV_surf2)}$	$\Phi_#1 = \frac{2 * \lambda_Vol_min1}{(1 + 1 / \epsilon_sLV)} \geq 1$
Fallszenario 2	Taucher 2	Gerät 1	$t_Grenz_#1 = \frac{(Vol_init2 - Vol_na2 - 1/3 * Vol_init_min)}{I_pT * (sLV_surf1 + sLV_surf2)}$	$\Phi_#2 = \frac{2 * \lambda_Vol_min2}{(1 + \epsilon_sLV)} \geq 1$
Fallszenario 3	Taucher 1	Gerät 1	$t_Grenz_#1 = \frac{(Vol_init2 - Vol_na2 - 1/3 * Vol_init_min)}{I_pT * (sLV_surf1 + sLV_surf2)}$	$\Phi_#3 = \frac{3 * \lambda_Vol_min2}{(2 + 1 / \epsilon_sLV)} \geq 1$
Fallszenario 4	Taucher 2	Gerät 2	$t_Grenz_#2 = \frac{(Vol_init1 - Vol_na1 - 1/3 * Vol_init_min)}{I_pT * (sLV_surf1 + sLV_surf2)}$	$\Phi_#4 = \frac{3 * \lambda_Vol_min1}{(2 + \epsilon_sLV)} \geq 1$

Anhang 3: Korrekturfaktor von Luft für Volumenberechnungen (aus VDI-Wärmeatlas)

Flascheninhalt [bar*Liter] = $p \cdot V \cdot f_{\text{corrV}}$

Druck in [bar]	Temperatur in [°C]		
	0	25	50
	f_corrV0	f_corrV25	f_corrV50
1	1.00	1.00	1.00
50	1.02	1.01	1.00
100	1.03	1.01	0.99
150	1.02	0.99	0.98
200	1.00	0.97	0.95
250	0.96	0.94	0.92
300	0.92	0.90	0.89



Anhang 4: Flascheninhalte

Gerade bei den in der Höhlentaucherei üblichen erhöhten Drücken muss bei der Berechnung der Flaschenfüllungen berücksichtigt werden, dass Luft kein ideales Gas ist. Für gängige Flaschengrößen und -Drücke sind für 2 Temperaturen (25°C und 50°C) die Inhalte angegeben.

Die Werte für die Realgas-Korrekturen sind dem VDI-Wärmeatlas entnommen worden.

Temperatur: **25** °C

		Flaschenvolumen 1 Flasche in [Liter]							
Fülldruck in [bar]	Korr.-Faktor *)	4	7	8	10	12	15	18	20
150	0.994	596	1044	1193	1491	1789	2237	2684	2982
180	0.980	705	1234	1411	1763	2116	2645	3174	3527
190	0.975	741	1296	1482	1852	2223	2778	3334	3704
200	0.970	776	1358	1552	1940	2328	2910	3492	3880
210	0.964	810	1417	1619	2024	2429	3036	3643	4048
220	0.958	843	1475	1685	2107	2528	3160	3792	4213
230	0.951	875	1532	1751	2188	2626	3282	3939	4376
240	0.945	907	1588	1815	2268	2722	3403	4083	4537
250	0.939	939	1643	1878	2348	2817	3521	4226	4695
260	0.932	969	1696	1938	2423	2907	3634	4361	4845
270	0.925	999	1747	1997	2496	2996	3745	4494	4993
280	0.917	1027	1798	2055	2569	3082	3853	4624	5137
290	0.910	1056	1848	2112	2640	3167	3959	4751	5279
300	0.903	1084	1896	2167	2709	3251	4064	4876	5418

*) Zwischenwerte (nicht fett) linear interpoliert

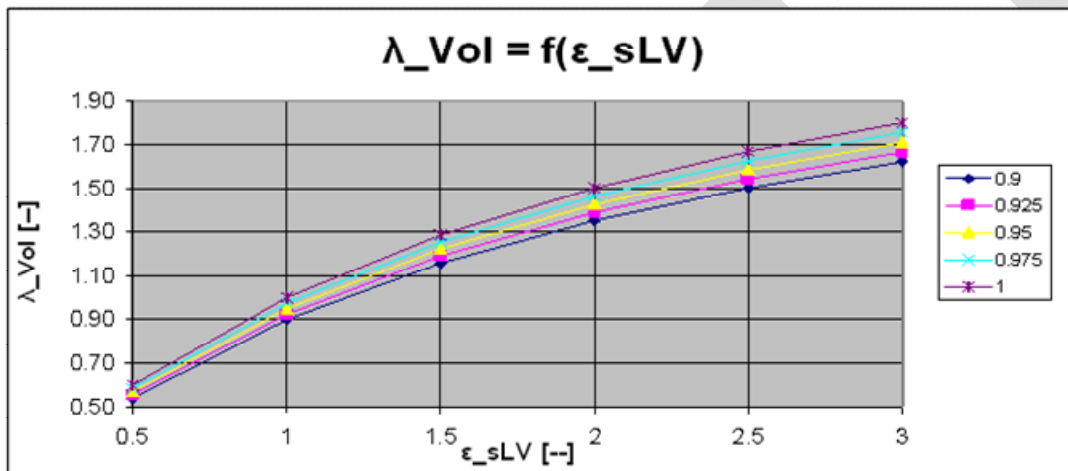
Temperatur: **50** °C

		Flaschenvolumen 1 Flasche in [Liter]							
Fülldruck in [bar]	Korr.-Faktor *)	4	7	8	10	12	15	18	20
150	0.978	587	1027	1174	1467	1760	2201	2641	2934
180	0.963	693	1213	1387	1733	2080	2600	3120	3467
190	0.958	728	1274	1456	1820	2184	2730	3276	3640
200	0.953	762	1334	1525	1906	2287	2859	3431	3812
210	0.947	796	1392	1591	1989	2387	2984	3580	3978
220	0.941	828	1450	1657	2071	2485	3107	3728	4142
230	0.936	861	1506	1722	2152	2582	3228	3873	4304
240	0.930	893	1562	1785	2232	2678	3347	4017	4463
250	0.924	924	1617	1848	2310	2772	3465	4158	4620
260	0.918	955	1670	1909	2386	2864	3579	4295	4773
270	0.912	985	1723	1969	2461	2954	3692	4430	4923
280	0.905	1014	1775	2028	2535	3042	3803	4563	5070
290	0.899	1043	1825	2086	2608	3129	3912	4694	5215
300	0.893	1072	1875	2143	2679	3215	4019	4822	5358

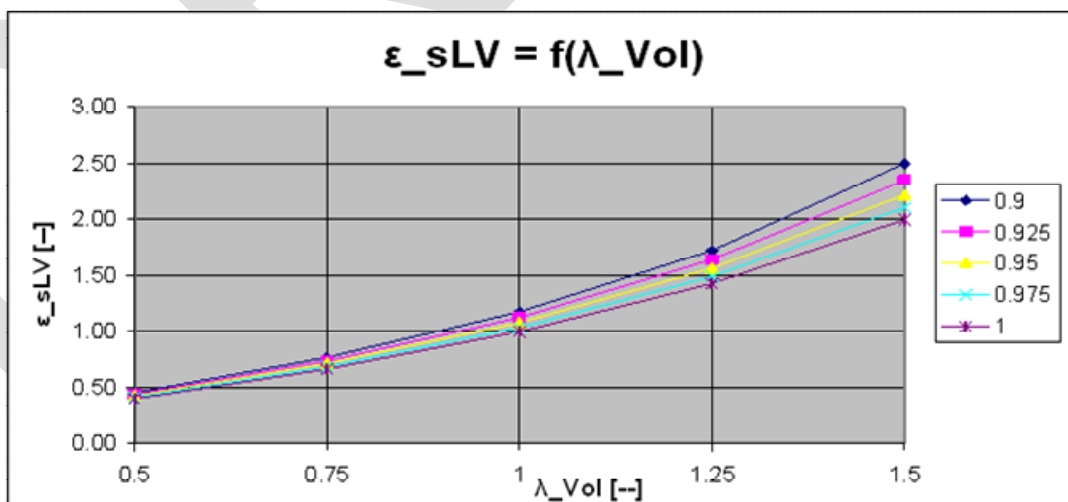
*) Zwischenwerte (nicht fett) linear interpoliert

Anhang 5a: Verlauf λ_{Vol} und ε_{sLV} für Fallszenario 3 / ursprüngliche Drittelsregel

ε_{sLV}	$\gamma_{Vol_na} =$				
	0.9	0.925	0.95	0.975	1
0.5	0.54	0.56	0.57	0.59	0.60
1	0.90	0.93	0.95	0.98	1.00
1.5	1.16	1.19	1.22	1.25	1.29
2	1.35	1.39	1.43	1.46	1.50
2.5	1.50	1.54	1.58	1.63	1.67
3	1.62	1.67	1.71	1.76	1.80

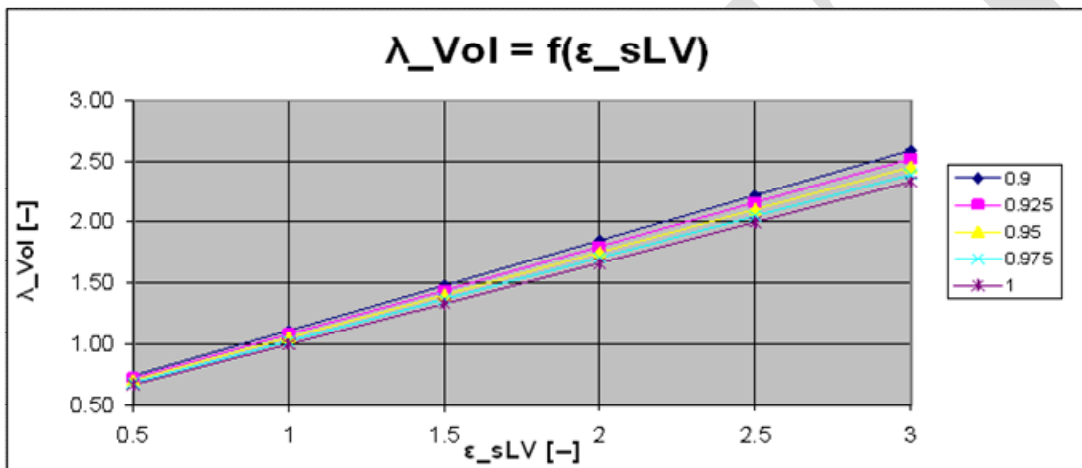


λ_{Vol}	$\gamma_{Vol_na} =$				
	0.9	0.925	0.95	0.975	1
0.5	0.45	0.44	0.43	0.41	0.40
0.75	0.77	0.74	0.71	0.69	0.67
1	1.18	1.13	1.08	1.04	1.00
1.25	1.72	1.64	1.56	1.49	1.43
1.5	2.50	2.35	2.22	2.11	2.00

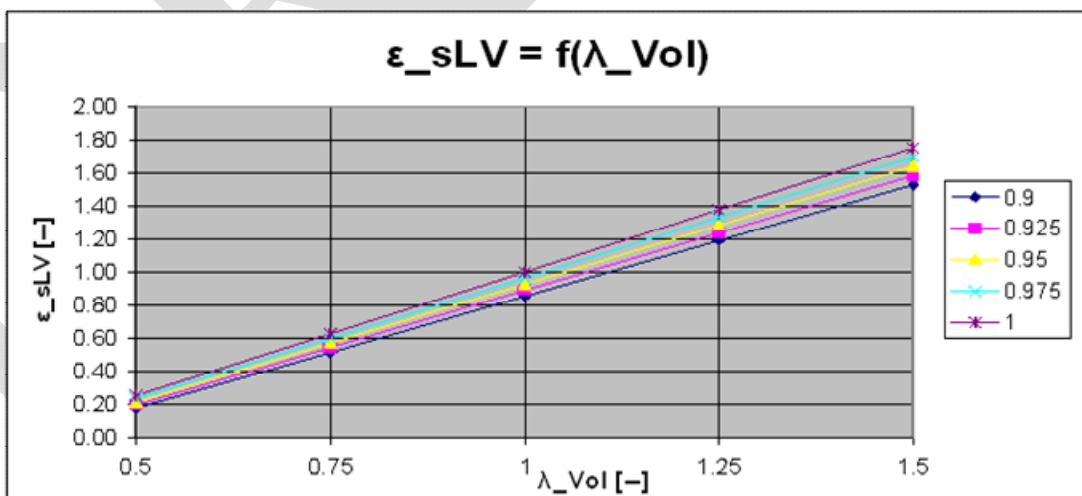


Anhang 5b: Verlauf λ_{Vol} und ϵ_{sLV} für Fallszenario 4 / ursprüngliche Drittelsregel

ϵ_{sLV}	$\gamma_{Vol_{na}} =$				
	0.9	0.925	0.95	0.975	1
0.5	0.74	0.72	0.70	0.68	0.67
1	1.11	1.08	1.05	1.03	1.00
1.5	1.48	1.44	1.40	1.37	1.33
2	1.85	1.80	1.75	1.71	1.67
2.5	2.22	2.16	2.11	2.05	2.00
3	2.59	2.52	2.46	2.39	2.33



λ_{Vol}	$\gamma_{Vol_{na}} =$				
	0.9	0.925	0.95	0.975	1
0.5	0.18	0.19	0.21	0.23	0.25
0.75	0.51	0.54	0.57	0.60	0.63
1	0.85	0.89	0.93	0.96	1.00
1.25	1.19	1.23	1.28	1.33	1.38
1.5	1.53	1.58	1.64	1.69	1.75



Anhang 6: Musterbeispiel 1

ursprüngliche DR reicht komfortabel, modifizierte ist GLEICH gut!

=Eingabefelder; Rest wird berechnet

geplante Tiefe	10	m
Oberflächendruck	1	bar
Druck auf Tiefe (+1bar pro 10m)	2	bar

	Taucher 1	Taucher 2
Gerätegröße (L) / DOPPELGERÄT	20	24
Initialdruck (bar)	240	240
Initial-Gasvolumen (L) b. 1 bar	4800	5760
spezif. LV bei 1 bar (L/min)	15	10
spezif. LV auf Tiefe (L/min)	30	20

**ungleiche Initialvolumen
ungleiche Verbräuche**

ursprüngliche Drittelsregel		
1 Drittel des Initialdrucks =(bar)	80	80
Umkehrpunkt nach Finimeter (bar)	160	160
Verbrauch bis zu diesem Punkt (L)	1600	1920
theor. Zeit auf Tiefe/ Umkehrpkt. (min)	53.3	96.0
Umkehrzeit nach urspr. Drittelsregel (min)	53.33	
Verbrauch der Taucher zu dieser Zeit (L)	1600.0	1066.7
Restvolumen zu dieser Zeit (L)	3200.0	4693.3
Restdruck zu dieser Zeit (bar)	160.0	195.6

Grenzzeit 1:	82.29	für Ausfall Ger. 1
Grenzzeit 2:	60.00	für Ausfall Ger. 2

Modifizierte Drittelsregel		
Massgebender Verbrauch (L)	1600.0	
entspricht Druckabfall in Geräten (bar)	80.0	66.7
entspricht Restdruck in Geräten (bar)	160.0	173.3
entspr. Umkehrzeit (min)	53.3	80.0
Umkehrzeit nach mod. Drittelsregel (min)	53.33	
Verbrauch der Taucher zu dieser Zeit (L)	1600.0	1066.7
Restvolumen zu dieser Zeit (L)	3200.0	4693.3
Restdruck zu dieser Zeit (bar)	160.0	195.6

entspricht immer dem kleineren der beiden "Drittelsvolumen"

Zeiten urspr. und mod. DR sind gleich
d.h. urspr. DR und mod. DR gleich sicher

Szenario: Verlust BEIDER Flaschen

ursprüngliche Drittelsregel	Ausfall bei Taucher 1		Ausfall bei Taucher 2	
	Werte T1	Werte T2	Werte T1	Werte T2
Verlust von 2 Flaschen / Restdruck (bar)	0.0			0.0
Verlorenes Gasvolumen (L)	3200.0			4693.3
zur Verfügung stehendes Restvol. (L)	0.0	4693.3	3200.0	0.0
Tot. z. Verf. stehendes Gasvol. (L) b. 1 bar	4693.3		3200	
Verbrauch gemeinsam auf Tiefe (L/min)	50		50	
mögl. Zeit auf Tiefe (min) mit Oktopus	93.9		64.0	
Sicherheitsmarge [Minuten]	40.5		10.7	
Sicherheitsmarge [%]	76.0		20.0	

es reicht !

Modifizierte Drittelsregel	Ausfall bei Taucher 1		Ausfall bei Taucher 2	
	Werte T1	Werte T2	Werte T1	Werte T2
Verlust von 2 Flaschen / Restdruck (bar)	0.0			0.0
Verlorenes Gasvolumen (L)	3200.0			4693.3
zur Verfügung stehendes Restvol. (L)	0.0	4693.3	3200.0	0.0
Tot. z. Verf. stehendes Gasvol. (L) b. 1 bar	4693.3		3200	
Verbrauch gemeinsam auf Tiefe (L/min)	50		50	
mögl. Zeit auf Tiefe (min) mit Oktopus	93.9		64.0	
Sicherheitsmarge [Minuten]	40.5		10.7	
Sicherheitsmarge [%]	76.0		20.0	

es reicht !

Anhang 7: Musterbeispiel 2

ursprüngliche Drittelsregel gerade noch OK, modifizierte etwas besser

		=Eingabefelder; Rest wird berechnet
geplante Tiefe	10	m
Oberflächendruck	1	bar
Druck auf Tiefe (+1bar pro 10m)	2	bar

	Taucher 1	Taucher 2
Gerätegrösse (L) / DOPPELGERAET	20	24
Initialdruck (bar)	240	240
Initial-Gasvolumen (L) b. 1 bar	4800	5760
spezif. LV bei 1 bar (L/min)	15	20
spezif. LV auf Tiefe (L/min)	30	40

ungleiche Initialvolumen
ungleiche Verbräuche

ursprüngliche Drittelsregel		
1 Drittel des Initialdrucks =(bar)	80	80
Umkehrpunkt nach Finimeter (bar)	160	160
Verbrauch bis zu diesem Punkt (L)	1600	1920
theor. Zeit auf Tiefe/ Umkehrpkt. (min)	53.3	48.0

Umkehrzeit nach urspr. Drittelsregel (min)	48.00	
Verbrauch der Taucher zu dieser Zeit (L)	1440.0	1920.0
Restvolumen zu dieser Zeit (L)	3360.0	3840.0
Restdruck zu dieser Zeit (bar)	168.0	160.0

Grenzzeit 1:	52.36	für Ausfall Ger. 1
Grenzzeit 2:	48.00	für Ausfall Ger. 2

Modifizierte Drittelsregel		
Massgebender Verbrauch (L)	1600.0	
entspricht Druckabfall in Geräten (bar)	80.0	66.7
entspricht Restdruck in Geräten (bar)	160.0	173.3
entspr. Umkehrzeit (min)	53.3	40.0
Umkehrzeit nach mod. Drittelsregel (min)	40.00	
Verbrauch der Taucher zu dieser Zeit (L)	1200.0	1600.0
Restvolumen zu dieser Zeit (L)	3600.0	4160.0
Restdruck zu dieser Zeit (bar)	180.0	173.3

entspricht immer dem kleineren der beiden "Drittelsvolumen"

Zeit urspr.DR ist grösser als von mod. DR
d.h. urspr. DR weniger sicher als mod. DR

Szenario: Verlust BEIDER Flaschen

ursprüngliche Drittelsregel

	Ausfall bei Taucher 1		Ausfall bei Taucher 2	
	Werte T1	Werte T2	Werte T1	Werte T2
Verlust von 2 Flaschen / Restdruck (bar)	0.0			0.0
Verlorenes Gasvolumen (L)	3360.0			3840.0
zur Verfügung stehendes Restvol. (L)	0.0	3840.0	3360.0	0.0
Tot. z.Verf. stehendes Gasvol. (L) b. 1 bar	3840.0		3360	
Verbrauch gemeinsam auf Tiefe (L/min)	70		70	
mögl. Zeit auf Tiefe (min) mit Oktopus	54.9		48.0	
Sicherheitsmarge [Minuten]	6.9		-0.0	
Sicherheitsmarge [%]	14.3		-0.0	

es reicht !

uff, es reicht gerade noch!!



Modifizierte Drittelsregel

	Ausfall bei Taucher 1		Ausfall bei Taucher 2	
	Werte T1	Werte T2	Werte T1	Werte T2
Verlust von 2 Flaschen / Restdruck (bar)	0.0			0.0
Verlorenes Gasvolumen (L)	3600.0			4160.0
zur Verfügung stehendes Restvol. (L)	0.0	4160.0	3600.0	0.0
Tot. z.Verf. stehendes Gasvol. (L) b. 1 bar	4160.0		3600	
Verbrauch gemeinsam auf Tiefe (L/min)	70		70	
mögl. Zeit auf Tiefe (min) mit Oktopus	59.4		51.4	
Sicherheitsmarge [Minuten]	19.4		11.4	
Sicherheitsmarge [%]	48.6		28.6	

es reicht !

es reicht !

Anhang 8: Musterbeispiel 3

ursprüngliche DR reicht nicht mehr, modifizierte ist OK

=Eingabefelder; Rest wird berechnet

geplante Tiefe	10	m
Oberflächendruck	1	bar
Druck auf Tiefe (+1bar pro 10m)	2	bar

	Taucher 1	Taucher 2
Gerätegrösse (L) / DOPPELGERAET	20	24
Initialdruck (bar)	240	240
Initial-Gasvolumen (L) b. 1 bar	4800	5760
spezif. LV bei 1 bar (L/min)	15	16
spezif. LV auf Tiefe (L/min)	30	32

ungleiche Initialvolumen
ungleiche Verbräuche

ursprüngliche Drittelsregel		
1 Drittel des Initialdrucks =(bar)	80	80
Umkehrpunkt nach Finimeter (bar)	160	160
Verbrauch bis zu diesem Punkt (L)	1600	1920
theor. Zeit auf Tiefe/ Umkehrpkt. (min)	53.3	60.0
Umkehrzeit nach urspr. Drittelsregel (min)	53.33	
Verbrauch der Taucher zu dieser Zeit (L)	1600.0	1706.7
Restvolumen zu dieser Zeit (L)	3200.0	4053.3
Restdruck zu dieser Zeit (bar)	160.0	168.9

Grenzzeit 1:	61.28	für Ausfall Ger. 1
Grenzzeit 2:	52.17	für Ausfall Ger. 2

Modifizierte Drittelsregel		
Massgebender Verbrauch (L)	1600.0	
entspricht Druckabfall in Geräten (bar)	80.0	66.7
entspricht Restdruck in Geräten (bar)	160.0	173.3
entspr. Umkehrzeit (min)	53.3	50.0
Umkehrzeit nach mod. Drittelsregel (min)	50.00	
Verbrauch der Taucher zu dieser Zeit (L)	1500.0	1600.0
Restvolumen zu dieser Zeit (L)	3300.0	4160.0
Restdruck zu dieser Zeit (bar)	165.0	173.3

entspricht immer dem kleineren der beiden "Drittelsvolumen"

Zeit urspr.DR ist grösser als von mod. DR
d.h. urspr. DR weniger sicher als mod. DR

Szenario: Verlust BEIDER Flaschen

ursprüngliche Drittelsregel

	Ausfall bei Taucher 1		Ausfall bei Taucher 2	
	Werte T1	Werte T2	Werte T1	Werte T2
Verlust von 2 Flaschen / Restdruck (bar)	0.0			0.0
Verlorenes Gasvolumen (L)	3200.0			4053.3
zur Verfügung stehendes Restvol. (L)	0.0	4053.3	3200.0	0.0
Tot. z.Verf. stehendes Gasvol. (L) b. 1 bar	4053.3		3200	
Verbrauch gemeinsam auf Tiefe (L/min)	62		62	
mögl. Zeit auf Tiefe (min) mit Oktopus	65.4		51.6	
Sicherheitsmarge [Minuten]	12.0		-1.7	
Sicherheitsmarge [%]	22.6		-3.2	
	es reicht !		es reicht NICHT!	



Modifizierte Drittelsregel

	Ausfall bei Taucher 1		Ausfall bei Taucher 2	
	Werte T1	Werte T2	Werte T1	Werte T2
Verlust von 2 Flaschen / Restdruck (bar)	0.0			0.0
Verlorenes Gasvolumen (L)	3300.0			4160.0
zur Verfügung stehendes Restvol. (L)	0.0	4160.0	3300.0	0.0
Tot. z.Verf. stehendes Gasvol. (L) b. 1 bar	4160.0		3300	
Verbrauch gemeinsam auf Tiefe (L/min)	62		62	
mögl. Zeit auf Tiefe (min) mit Oktopus	67.1		53.2	
Sicherheitsmarge [Minuten]	17.1		3.2	
Sicherheitsmarge [%]	34.2		6.5	
	es reicht !		es reicht !	

Anhang 9: Musterbeispiel 4

BEIDE Drittelsregeln sind gerade noch OK, BEIDE gerade am Limit

			=Eingabefelder; Rest wird berechnet
geplante Tiefe	10	m	
Oberflächendruck	1	bar	
Druck auf Tiefe (+1bar pro 10m)	2	bar	
	Taucher 1	Taucher 2	
Gerätegrösse (L) / DOPPELGERAET	20	30	
Initialdruck (bar)	240	240	
Initial-Gasvolumen (L) b. 1 bar	4800	7200	ungleiche Initialvolumen gleiche Verbräuche
spezif. LV bei 1 bar (L/min)	15	15	
spezif. LV auf Tiefe (L/min)	30	30	
ursprüngliche Drittelsregel			
1 Drittel des Initialdrucks =(bar)	80	80	
Umkehrpunkt nach Finimeter (bar)	160	160	
Verbrauch bis zu diesem Punkt (L)	1600	2400	
theor. Zeit auf Tiefe/ Umkehrpkt. (min)	53.3	80.0	
Umkehrzeit nach urspr. Drittelsregel (min)	53.33		
Verbrauch der Taucher zu dieser Zeit (L)	1600.0	1600.0	
Restvolumen zu dieser Zeit (L)	3200.0	5600.0	
Restdruck zu dieser Zeit (bar)	160.0	186.7	
			Grenzzeit 1: 80.00 für Ausfall Ger. 1
			Grenzzeit 2: 53.33 für Ausfall Ger. 2
Modifizierte Drittelsregel			
Massgebender Verbrauch (L)	1600.0		
entspricht Druckabfall in Geräten (bar)	80.0	53.3	entspricht immer dem kleineren der beiden "Drittelsvolumen"
entspricht Restdruck in Geräten (bar)	160.0	186.7	
entspr. Umkehrzeit (min)	53.3	53.3	Zeiten urspr. und mod. DR sind gleich d.h. urspr. DR und mod. DR gleich sicher
Umkehrzeit nach mod. Drittelsregel (min)	53.33		
Verbrauch der Taucher zu dieser Zeit (L)	1600.0	1600.0	
Restvolumen zu dieser Zeit (L)	3200.0	5600.0	
Restdruck zu dieser Zeit (bar)	160.0	186.7	

Szenario: Verlust BEIDER Flaschen

ursprüngliche Drittelsregel	Ausfall bei Taucher 1		Ausfall bei Taucher 2	
	Werte T1	Werte T2	Werte T1	Werte T2
Verlust von 2 Flaschen / Restdruck (bar)	0.0			0.0
Verlorenes Gasvolumen (L)	3200.0			5600.0
zur Verfügung stehendes Restvol. (L)	0.0	5600.0	3200.0	0.0
Tot. z.Verf. stehendes Gasvol. (L) b. 1 bar	5600.0		3200	
Verbrauch gemeinsam auf Tiefe (L/min)	60		60	
mögl. Zeit auf Tiefe (min) mit Oktopus	93.3		53.3	
Sicherheitsmarge [Minuten]	40.0		-0.0	
Sicherheitsmarge [%]	75.0		-0.0	
	es reicht !		uff, es reicht gerade noch!!	
Modifizierte Drittelsregel	Ausfall bei Taucher 1		Ausfall bei Taucher 2	
	Werte T1	Werte T2	Werte T1	Werte T2
Verlust von 2 Flaschen / Restdruck (bar)	0.0			0.0
Verlorenes Gasvolumen (L)	3200.0			5600.0
zur Verfügung stehendes Restvol. (L)	0.0	5600.0	3200.0	0.0
Tot. z.Verf. stehendes Gasvol. (L) b. 1 bar	5600.0		3200	
Verbrauch gemeinsam auf Tiefe (L/min)	60		60	
mögl. Zeit auf Tiefe (min) mit Oktopus	93.3		53.3	
Sicherheitsmarge [Minuten]	40.0		-0.0	
Sicherheitsmarge [%]	75.0		-0.0	
	es reicht !		uff, es reicht gerade noch!!	



Anhang 10: Musterbeispiel 5

BEIDE Drittelsregeln sind gerade noch OK, BEIDE gerade am Limit

=Eingabefelder; Rest wird berechnet

geplante Tiefe	10	m
Oberflächendruck	1	bar
Druck auf Tiefe (+1bar pro 10m)	2	bar

	Taucher 1	Taucher 2
Gerätegrösse (L) / DOPPELGERAET	20	20
Initialdruck (bar)	240	240
Initial-Gasvolumen (L) b. 1 bar	4800	4800
spezif. LV bei 1 bar (L/min)	15	15
spezif. LV auf Tiefe (L/min)	30	30

gleiche Initialvolumen
gleiche Verbräuche

ursprüngliche Drittelsregel		
1 Drittel des Initialdrucks =(bar)	80	80
Umkehrpunkt nach Finimeter (bar)	160	160
Verbrauch bis zu diesem Punkt (L)	1600	1600
theor. Zeit auf Tiefe/ Umkehrpkt. (min)	53.3	53.3

Umkehrzeit nach urspr. Drittelsregel (min)	53.33	
Verbrauch der Taucher zu dieser Zeit (L)	1600.0	1600.0
Restvolumen zu dieser Zeit (L)	3200.0	3200.0
Restdruck zu dieser Zeit (bar)	160.0	160.0

Grenzzeit 1:	53.33	für Ausfall Ger. 1
Grenzzeit 2:	53.33	für Ausfall Ger. 2

Modifizierte Drittelsregel		
Massgebender Verbrauch (L)	1600.0	
entspricht Druckabfall in Geräten (bar)	80.0	80.0
entspricht Restdruck in Geräten (bar)	160.0	160.0
entspr. Umkehrzeit (min)	53.3	53.3
Umkehrzeit nach mod. Drittelsregel (min)	53.33	
Verbrauch der Taucher zu dieser Zeit (L)	1600.0	1600.0
Restvolumen zu dieser Zeit (L)	3200.0	3200.0
Restdruck zu dieser Zeit (bar)	160.0	160.0

entspricht immer dem kleineren der beiden "Drittelsvolumen"

Zeiten urspr. und mod. DR sind gleich
d.h. urspr. DR und mod. DR gleich sicher

Szenario: Verlust BEIDER Flaschen

ursprüngliche Drittelsregel

	Ausfall bei Taucher 1		Ausfall bei Taucher 2	
	Werte T1	Werte T2	Werte T1	Werte T2
Verlust von 2 Flaschen / Restdruck (bar)	0.0			0.0
Verlorenes Gasvolumen (L)	3200.0			3200.0
zur Verfügung stehendes Restvol. (L)	0.0	3200.0	3200.0	0.0
Tot. z.Verf. stehendes Gasvol. (L) b. 1 bar	3200.0		3200	
Verbrauch gemeinsam auf Tiefe (L/min)	60		60	
mögl. Zeit auf Tiefe (min) mit Oktopus	53.3		53.3	
Sicherheitsmarge [Minuten]	-0.0		-0.0	
Sicherheitsmarge [%]	-0.0		-0.0	

uff, es reicht gerade noch!!

uff, es reicht gerade noch!!



Modifizierte Drittelsregel

	Ausfall bei Taucher 1		Ausfall bei Taucher 2	
	Werte T1	Werte T2	Werte T1	Werte T2
Verlust von 2 Flaschen / Restdruck (bar)	0.0			0.0
Verlorenes Gasvolumen (L)	3200.0			3200.0
zur Verfügung stehendes Restvol. (L)	0.0	3200.0	3200.0	0.0
Tot. z.Verf. stehendes Gasvol. (L) b. 1 bar	3200.0		3200	
Verbrauch gemeinsam auf Tiefe (L/min)	60		60	
mögl. Zeit auf Tiefe (min) mit Oktopus	53.3		53.3	
Sicherheitsmarge [Minuten]	-0.0		-0.0	
Sicherheitsmarge [%]	-0.0		-0.0	

uff, es reicht gerade noch!!

uff, es reicht gerade noch!!



Anhang 11: Musterbeispiel 6

BEIDE Drittelsregeln sind OK mit Reserve; BEIDE sind gleich gut

 =Eingabefelder; Rest wird berechnet

geplante Tiefe	10	m
Oberflächendruck	1	bar
Druck auf Tiefe (+1bar pro 10m)	2	bar

	Taucher 1	Taucher 2
Gerätegrösse (L) / DOPPELGERAET	20	24
Initialdruck (bar)	270	210
Initial-Gasvolumen (L) b. 1 bar	5400	5040
spezif. LV bei 1 bar (L/min)	15	18
spezif. LV auf Tiefe (L/min)	30	36

**ungleiche Initialvolumen
ungleiche Verbräuche**

ursprüngliche Drittelsregel		
1 Drittel des Initialdrucks =(bar)	90	70
Umkehrpunkt nach Finimeter (bar)	180	140
Verbrauch bis zu diesem Punkt (L)	1800	1680
theor. Zeit auf Tiefe/ Umkehrpkt. (min)	60.0	46.7

Umkehrzeit nach urspr. Drittelsregel (min)	46.67	
Verbrauch der Taucher zu dieser Zeit (L)	1400.0	1680.0
Restvolumen zu dieser Zeit (L)	4000.0	3360.0
Restdruck zu dieser Zeit (bar)	200.0	140.0

Grenzzeit 1:	49.41	für Ausfall Ger. 1
Grenzzeit 2:	56.25	für Ausfall Ger. 2

Modifizierte Drittelsregel		
Massgebender Verbrauch (L)	1680.0	
entspricht Druckabfall in Geräten (bar)	84.0	70.0
entspricht Restdruck in Geräten (bar)	186.0	140.0
entspr. Umkehrzeit (min)	56.0	46.7
Umkehrzeit nach mod. Drittelsregel (min)	46.67	
Verbrauch der Taucher zu dieser Zeit (L)	1400.0	1680.0
Restvolumen zu dieser Zeit (L)	4000.0	3360.0
Restdruck zu dieser Zeit (bar)	200.0	140.0

entspricht immer dem kleineren der beiden "Drittelsvolumen"

Zeiten urspr. und mod. DR sind gleich
d.h. urspr. DR und mod. DR gleich sicher

Szenario: Verlust BEIDER Flaschen

ursprüngliche Drittelsregel

	Ausfall bei Taucher 1		Ausfall bei Taucher 2	
	Werte T1	Werte T2	Werte T1	Werte T2
Verlust von 2 Flaschen / Restdruck (bar)	0.0			0.0
Verlorenes Gasvolumen (L)	4000.0			3360.0
zur Verfügung stehendes Restvol. (L)	0.0	3360.0	4000.0	0.0
Tot. z.Verf. stehendes Gasvol. (L) b. 1 bar	3360.0		4000	
Verbrauch gemeinsam auf Tiefe (L/min)	66		66	
mögl. Zeit auf Tiefe (min) mit Oktopus	50.9		60.6	
Sicherheitsmarge [Minuten]	4.2		13.9	
Sicherheitsmarge [%]	9.1		29.9	

es reicht !

es reicht !

Modifizierte Drittelsregel

	Ausfall bei Taucher 1		Ausfall bei Taucher 2	
	Werte T1	Werte T2	Werte T1	Werte T2
Verlust von 2 Flaschen / Restdruck (bar)	0.0			0.0
Verlorenes Gasvolumen (L)	4000.0			3360.0
zur Verfügung stehendes Restvol. (L)	0.0	3360.0	4000.0	0.0
Tot. z.Verf. stehendes Gasvol. (L) b. 1 bar	3360.0		4000	
Verbrauch gemeinsam auf Tiefe (L/min)	66		66	
mögl. Zeit auf Tiefe (min) mit Oktopus	50.9		60.6	
Sicherheitsmarge [Minuten]	4.2		13.9	
Sicherheitsmarge [%]	9.1		29.9	

es reicht !

es reicht !

Anhang 12: Musterbeispiel 7

BEIDE Drittelsregeln sind OK mit Reserve; BEIDE sind gleich gut

 =Eingabefelder; Rest wird berechnet

geplante Tiefe	10	m
Oberflächendruck	1	bar
Druck auf Tiefe (+1bar pro 10m)	2	bar

	Taucher 1	Taucher 2
Gerätegrösse (L) / DOPPELGERAET	20	20
Initialdruck (bar)	210	210
Initial-Gasvolumen (L) b. 1 bar	4200	4200
spezif. LV bei 1 bar (L/min)	15	18
spezif. LV auf Tiefe (L/min)	30	36

gleiche Initialvolumen
ungleiche Verbräuche

ursprüngliche Drittelsregel		
1 Drittel des Initialdrucks =(bar)	70	70
Umkehrpunkt nach Finimeter (bar)	140	140
Verbrauch bis zu diesem Punkt (L)	1400	1400
theor. Zeit auf Tiefe/ Umkehrpkt. (min)	46.7	38.9
Umkehrzeit nach urspr. Drittelsregel (min)	38.89	
Verbrauch der Taucher zu dieser Zeit (L)	1166.7	1400.0
Restvolumen zu dieser Zeit (L)	3033.3	2800.0
Restdruck zu dieser Zeit (bar)	151.7	140.0

Grenzzeit 1:	41.18	für Ausfall Ger. 1
Grenzzeit 2:	43.75	für Ausfall Ger. 2

Modifizierte Drittelsregel		
Massgebender Verbrauch (L)	1400.0	
entspricht Druckabfall in Geräten (bar)	70.0	70.0
entspricht Restdruck in Geräten (bar)	140.0	140.0
entspr. Umkehrzeit (min)	46.7	38.9
Umkehrzeit nach mod. Drittelsregel (min)	38.89	
Verbrauch der Taucher zu dieser Zeit (L)	1166.7	1400.0
Restvolumen zu dieser Zeit (L)	3033.3	2800.0
Restdruck zu dieser Zeit (bar)	151.7	140.0

entspricht immer dem kleineren der beiden "Drittelsvolumen"

Zeiten urspr. und mod. DR sind gleich
d.h. urspr. DR und mod. DR gleich sicher

Szenario: Verlust BEIDER Flaschen

ursprüngliche Drittelsregel

	Ausfall bei Taucher 1		Ausfall bei Taucher 2	
	Werte T1	Werte T2	Werte T1	Werte T2
Verlust von 2 Flaschen / Restdruck (bar)	0.0			0.0
Verlorenes Gasvolumen (L)	3033.3			2800.0
zur Verfügung stehendes Restvol. (L)	0.0	2800.0	3033.3	0.0
Tot. z.Verf. stehendes Gasvol. (L) b. 1 bar	2800.0		3033.333333	
Verbrauch gemeinsam auf Tiefe (L/min)	66		66	
mögl. Zeit auf Tiefe (min) mit Oktopus	42.4		46.0	
Sicherheitsmarge [Minuten]	3.5		7.1	
Sicherheitsmarge [%]	9.1		18.2	

es reicht !

es reicht !

Modifizierte Drittelsregel

	Ausfall bei Taucher 1		Ausfall bei Taucher 2	
	Werte T1	Werte T2	Werte T1	Werte T2
Verlust von 2 Flaschen / Restdruck (bar)	0.0			0.0
Verlorenes Gasvolumen (L)	3033.3			2800.0
zur Verfügung stehendes Restvol. (L)	0.0	2800.0	3033.3	0.0
Tot. z.Verf. stehendes Gasvol. (L) b. 1 bar	2800.0		3033.333333	
Verbrauch gemeinsam auf Tiefe (L/min)	66		66	
mögl. Zeit auf Tiefe (min) mit Oktopus	42.4		46.0	
Sicherheitsmarge [Minuten]	3.5		7.1	
Sicherheitsmarge [%]	9.1		18.2	

es reicht !

es reicht !

Anhang 13: Grenzzeiten zu den Musterbeispielen

Definition:

Die **Grenzzeit** ist diejenige Zeit, die sich für jede Tiefe aus der Konstellation von Initialvolumina, Luftverbrauch der Taucher und dem Ausfall-Szenario (Gerät 1 oder 2) eindeutig berechnen lässt. Solange die Zeit bis der erste Taucher seinen Drittel erreicht hat, kleiner oder maximal gleich gross ist wie die Grenzzeit des zutreffenden Szenarios, dann wird der Luftvorrat für die vollständige Rückkehr genügen (alle Parameter beim Rückweg unverändert). Wird die betreffende Grenzzeit überschritten, so wird der Luftvorrat nicht mehr für eine komplette Rückkehr reichen.

Mit der "modifizierten" Drittelsregel wird diese Grenzzeit nie überschritten, mit der "ursprünglichen Drittelsregel bei bestimmten Konstellationen aber schon.

	zu Beispiel 1	zu Beispiel 2	zu Beispiel 3	zu Beispiel 4	zu Beispiel 5	zu Beispiel 6	zu Beispiel 7
geplante Tiefe	10 m	10 m	10 m	10 m	10 m	10 m	10 m
Oberflächendruck	1 bar	1 bar	1 bar	1 bar	1 bar	1 bar	1 bar
Druck auf Tiefe (+1bar / 10m)	2 bar	2 bar	2 bar	2 bar	2 bar	2 bar	2 bar
	Taucher 1	Taucher 2	Taucher 1	Taucher 2	Taucher 1	Taucher 2	Taucher 1
Gerätegrösse (Liter)	20	24	20	24	20	24	20
Initialdruck (bar)	240	240	240	240	240	240	210
Initial-Gasvolumen (L) bei 1 bar	4800	5760	4800	5760	4800	5040	4200
spezif. LV bei 1 bar (L/min)	15	10	15	16	15	18	15
spezif. LV auf Tiefe (L/min)	30	20	30	32	30	36	30
	Taucher 1	Taucher 2	Taucher 1	Taucher 2	Taucher 1	Taucher 2	Taucher 1
	20	24	20	30	20	24	20
	240	240	240	240	240	210	210
	4800	5760	4800	7200	4800	5040	4200
	15	10	15	15	15	18	15
	30	20	30	30	30	36	30

Totalausfall Gerät 1:

$$t_{\text{Grenz_}\#1} = \frac{\text{Vol_init2} - \text{Vol_na2}}{t_{\text{PT}} * (2 * \text{sLV_surf2} + \text{sLV_surf1})}$$

Die Grenzzeit beträgt: **82.29** Minuten

Totalausfall Gerät 2:

$$t_{\text{Grenz_}\#2} = \frac{\text{Vol_init1} - \text{Vol_na1}}{t_{\text{PT}} * (2 * \text{sLV_surf1} + \text{sLV_surf2})}$$

Die Grenzzeit beträgt: **60.00** Minuten

82.29 Minuten **52.36** Minuten **61.28** Minuten **80.00** Minuten **53.33** Minuten **49.41** Minuten **41.18** Minuten

48.00 Minuten **52.17** Minuten **53.33** Minuten **53.33** Minuten **56.25** Minuten **43.75** Minuten